

Sveučilište u Zagrebu  
**Fakultet strojarstva i brodogradnje**

# **ZAVRŠNI RAD**

Aleksandar Pašić

**Zagreb, 2012.**

Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet strojarstva i brodogradnje

# ZAVRŠNI RAD

**Voditelj rada:**

Dr.sc. Ivo Džijan

Aleksandar Pašić

**Zagreb, 2012.**

# Izjava

Izjavljujem da sam rad izradio samostalno koristeći navedenu literaturu i znanje stečeno tijekom studija.

Ovom prilikom se također želim zahvaliti mentorima dr. sc. Ivi Džijanu i dr. sc. Severinu Krizmaniću na mnogobrojnim korisnim savjetima, konzultacijama i pomoći koju su mi pružili tijekom izrade rada.

# Sadržaj

Sadržaj .....	i
Popis slika .....	ii
Popis tablica.....	iv
Popis oznaka .....	v
Sažetak .....	vii
<b>1 Uvod .....</b>	<b>1</b>
1.1 Aerodinamika i karakteristike strujanja .....	1
1.1.1 Hipoteza kontinuuma i molekularno strujanje.....	2
1.1.2 Viskozno i neviskozno strujanje .....	2
1.1.3 Laminarno i turbulentno strujanje.....	3
1.1.4 Stlačivo, nestlačivo strujanje i Machov broj .....	4
1.2 Aerodinamičke sile i momenti.....	6
<b>2 Računalna dinamika fluida .....</b>	<b>9</b>
2.1 Problemi računalne dinamike fluida .....	9
2.2 RANS jednadžbe za viskozno nestlačivo turbulentno strujanje.....	10
2.3 Modeli turbulencije .....	12
2.4 Zidne funkcije .....	13
2.5 Metoda konačnih volumena .....	17
<b>3 Validacija postavki numeričke simulacije.....</b>	<b>18</b>
3.1 Pojednostavljenja geometrije i domene računanja .....	20
3.2 Karakteristike diskretizacijske mreže.....	21
3.2.1 Izrada površinske mreže .....	22
3.2.2 Izrada prostorne mreže.....	24
3.3 Rezultati simulacije Ahmedovog tijela .....	26
<b>4 Numerička simulacija opstrujavanja vozila .....</b>	<b>31</b>
4.1 Geometrija modela i uvod u problematiku simulacije .....	31
4.2 Postavke računalne simulacije.....	34
4.3 Diskretizacijska mreža za simetrični XRR model .....	35
4.4 Rezultati simulacije .....	38
<b>5 Diskusija rezultata i zaključci .....</b>	<b>44</b>
<b>6 Literatura.....</b>	<b>48</b>



## Popis slika

Slika 1. Putanje čestica fluida u laminarnom i turbulentnom režimu strujanja .....	3
Slika 2. Rezultantna aerodinamička sila i njezine komponente.....	6
Slika 3. Trenutno polje brzine i osrednjeno polje brzine.....	10
Slika 4. Veza između osrednjene i pulsirajuće komponente brzine .....	11
Slika 5. Turbulentni granični sloj kod nastrojavanja na ravnu ploču.....	16
Slika 6. Diskretizacijske mreže za oba pristupa rješavanja graničnog sloja.....	16
Slika 7. Ahmedovo referentno tijelo .....	18
Slika 8. Dimenzije zračnog tunela i rubni uvjeti za simulaciju.....	19
Slika 9. Metoda procjene duljine elemenata površinske mreže za ciljani $y^+$ .....	22
Slika 10. Površinska mreža Ahmedovog tijela izrađena od elemenata ciljane veličine 8 mm .....	23
Slika 11. Presjek prostorne mreže korištene pri numeričkoj simulaciji Ahmedovog tijela	24
Slika 12. Lokalna progušćenja mreže za simulaciju Ahmedovog tijela.....	25
Slika 13. Shematski i simulirani prikaz struktura toka u tragu vozila .....	28
Slika 14. Pozicije ravnina a, b i c u tragu vozila.....	29
Slika 15. Konture i vektori brzine strujanja za eksperiment (lijevo) i simulaciju (desno) na mjestu $a = 0,077$ m .....	29
Slika 16. Konture i vektori brzine strujanja za eksperiment (lijevo) i simulaciju (desno) na mjestu $b = 0,192$ m .....	30
Slika 17. Konture i vektori brzine strujanja za eksperiment (lijevo) i simulaciju (desno) na mjestu $c = 0,479$ m .....	30
Slika 18. XR GTR automobil korišten za simulaciju strujanja .....	31
Slika 19. Nacrtni pogled XRR modela vozila s dimenzijama traga kotača te širine gume .....	32
Slika 20. Bokocrtni pogled XRR modela vozila s osovinskim razmakom i visinom centra osovine.....	33
Slika 21. Pogled na ravnu podnicu sa difuzorom XRR modela vozila .....	33
Slika 22. Dimenzije simetrične domene strujanja s položajem i orijentacijom modela....	34
Slika 23. XRR model vozila diskretiziran s površinskom trokutnom mrežom .....	36
Slika 24. TGrid presjek prostorne hibridne hexacore mreže za XRR model vozila .....	36
Slika 25. Raspodjela bezdimenzijske udaljenosti $y^+$ težišta prvog elementa od površine XRR modela vozila prije adaptacije ( $y^+_{\max} = 323$ ) .....	37
Slika 26. Raspodjela bezdimenzijske udaljenosti $y^+$ težišta prvog elementa od površine XRR modela vozila poslije adaptacije u solveru ( $y^+_{\max} = 225$ ) .....	37
Slika 27. Bezdimenzijski koeficijent otpora u ovisnosti o visini oslanjanja vozila.....	38

Slika 28. Ukupni bezdimenzijski koeficijent uzgona u ovisnosti o visini oslanjanja vozila .....	38
Slika 29. Bezdimenzijski koeficijent uzgona na prednjoj osovini vozila.....	39
Slika 30. SAE referentni sustav osi za aerodinamiku vozila za koji vrijede izrazi (4.2)...	41
Slika 31. Statička analiza utjecaja sila otpora i uzgona .....	42
Slika 32. Raspodjela koeficijenta tlaka na podnici vozila pri prednjoj/stražnjoj visini oslanjanja 60/140 (lijevo) i 140/140 (desno) mm .....	46
Slika 33. Dijagram raspodjele koeficijenta tlaka u ravnini simetrije vozila za različite visine oslanjanja.....	47

## Popis tablica

Tablica 1. Vrijednosti $C_p$ u ovisnosti o brzini strujanja .....	8
Tablica 2. Rezultati eksperimenta i simulacije Ahmedovog tijela .....	26
Tablica 3. Raspodjela sile otpora po dijelovima vozila za slučaj prednje/stražnje visine oslanjanja 60/80 mm .....	40
Tablica 4. Raspodjela sile uzgona po dijelovima vozila za slučaj prednje/stražnje visine oslanjanja 60/80 mm .....	40
Tablica 5. Raspodjela momenta po dijelovima vozila za slučaj prednje/stražnje visine 60/80 mm.....	41

## Popis oznaka

Oznaka	Fizikalna veličina	Mjerna jedinica (SI)
$\lambda$	duljina slobodnog puta molekule	m
$l$	karakteristična duljina	m
$l_t$	karakteristična duljina turbulencije	m
$v$	lokalna brzina strujanja	m/s
$v_\infty$	neporemećena brzina strujanja	m/s
$v_t$	karakteristična brzina turbulencije	m/s
$a_\infty$	brzina zvuka u fluidu	m/s
$\mu$	dinamička viskoznost fluida	Pa · s
$\nu$	kinematička viskoznost fluida	m <sup>2</sup> /s
Re	Reynoldsov broj	-
Ma	Machov broj	-
$R$	rezultantna aerodinamička sila	N
$L$	aerodinamička sila uzgona	N
$D$	aerodinamička sila otpora	N
$M$	aerodinamički moment	Nm
$p$	tlak	Pa
$\tau$	smično naprezanje	Pa
$\bar{p}$	vremenski osrednjena vrijednost tlaka	Pa
$p'$	pulzirajući dio tlaka	Pa
$A$	referentna površina	m <sup>2</sup>
$C_L$	bezdimenzijski koeficijent uzgona	-
$C_D$	bezdimenzijski koeficijent otpora	-
$C_M$	bezdimenzijski koeficijent momenta	-
$C_p$	bezdimenzijski koeficijent tlaka	-
$u_i$	polje brzine	m/s
$\bar{u}_i$	osrednjena vrijednost brzine	m/s
$u'_i$	pulsirajući dio brzine	m/s
$\tau_{ij}$	tenzor Reynoldsovog naprezanja	Pa
$\mu_t$	koeficijent turbulentne viskoznosti	Pa · s
$\bar{k}$	kinetička energija turbulencije	m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
$\bar{\varepsilon}$	brzina disipacije kin. en. turbulencije	m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup>
$y$	normalna udaljenost od zida	m
$u^+$	bezdimenzijska brzina paralelna sa zidom	-

$y^+$	bezdimenzijska udaljenost težišta prvog konačnog elementa od zida	-
$\beta$	faktor smanjenja presjeka zračnog tunela	%
$\omega_k$	kutna brzina kotača vozila	rad/s
$L_1$	sila uzgona na prednjoj osovini vozila	N
$L_2$	sila uzgona na stražnjoj osovini vozila	N
$C_{L_1}$	koeficijent uzgona prednje osovine	-
$C_{L_2}$	koeficijent uzgona stražnje osovine	-
$l_1$	udaljenost prednje osovine od težišta vozila	m
$l_2$	udaljenost stražnje osovine od težišta vozila	m
$l_o$	osovinski razmak vozila	m
$T_z$	centar tlaka	-
$h_{T_z}$	visina centra tlaka	m
$l_{1,T_z}$	udaljenost centra tlaka od prednje osovine	m
$l_{2,T_z}$	udaljenost centra tlaka od stražnje osovine	m
$G$	težina vozila	N
$F_{N1,stat.}$	statička sila reakcije prednje osovine vozila	N
$F_{N2,stat.}$	statička sila reakcije stražnje osovine vozila	N
$F_{N1}$	sila reakcije prednje osovine vozila u vožnji	N
$F_{N2}$	sila reakcije stražnje osovine vozila u vožnji	N

## Sažetak

Pri gibanju automobila po cesti aerodinamičke sile uzgona i otpora se mijenjaju u ovisnosti o više parametara. U ovom radu se istražuje ovisnost navedenih sila o relativnom nagibu uzdužne osi automobila i udaljenosti podnice automobila od površine ceste. Realne situacije u kojima ovakva zavisnost ima veliku ulogu bi bile kočenje i ubrzanje automobila, kada on ponire (engl. *pitch down*) ili se propinje (*pitch up*). Uz pomoć programskog paketa ANSYS Fluent numerički je simulirano nestlačivo viskozno opstrujavanje zraka oko automobila, pri čemu je varirana visina oslanjanja (engl. *ride height*) na prednjoj i zadnjoj osovinu automobila i to između dva dostupna ekstrema pri podešavanju ovjesa (minimum od 60 mm i maksimum od 140 mm) u koraku od 20 mm. Na temelju rezultata dobivena je zavisnost koeficijenata sila uzgona i otpora za simulaciju vožnje automobila tijekom utrke. Dobiveni rezultati potvrđuju pretpostavku o značajnom povećanju ukupnog negativnog uzgona i njegove povoljnije raspodjele, ako se visine oslanjanja vozila podese na način da stražnja visina oslanjanja bude viša od prednje.

# 1 Uvod

Od samog početka, konstruktori natjecateljskih automobila shvaćali su važnost utjecaja aerodinamičkog otpora na performanse automobila. U prvoj polovini 20. stoljeća ovo je bila jedina stvar koju su poznavali iz polja aerodinamike. Smanjivanje otpora sastojalo se od smanjivanja poprečnog presjeka tj. čeoine površine automobila na njezin praktični minimum i pokušavanjem poboljšanja aerodinamičnosti (engl. *streamlining*) svega što je ostalo stršati u zraku [1]. Aerodinamičnost određenih komponenti većinom je postizana intuicijom i od-oka-tivnom metodom. Većina pokušaja da se postigne aerodinamičan oblik tijela nije uspjela jer, dok bi automobil bio brz pri pravocrtnom gibanju, bio je zasigurno teži i imao loše dinamičke osobine u zavojima. U '60-im godinama 20. stoljeća konstruktori su počeli shvaćati da je aerodinamički uzgon barem jednako važan kao i otpor, te je počela trenutna era aerodinamike natjecateljskih automobila. Razvoj automobila je od tada prošao kroz mnoge faze, od prvih spojlera i raznih klinastih oblika tijela automobila, do prvih obrnutih krila pa čak i Jim Hallovog Chaparral 2J "usisavača"<sup>1</sup>. Danas, bilo koji konstruktor ili vozač natjecateljskih automobila koji želi pobijediti, morao bi znati što je više moguće o aerodinamici vozila. Ovo ne znači da svi trebamo biti aerodinamičari, ali potrebno je znati kako i zašto određene konstrukcije funkcioniraju, te koji su mogući kompromisi pri postizanju optimalnih performansi.

## 1.1 Aerodinamika i karakteristike strujanja

Aerodinamika je primijenjena znanost koja ima mnoge uporabne svrhe u strojarstvu. Ciljevi aerodinamike, bila ona teorijska, numerička ili eksperimentalna, su prema [2]:

1. Određivanje sila, momenata i količine prenesene topline na tijela koja se gibaju kroz fluid (obično zrak), te karakteristika samog strujanja – pošto se obično radi o opstrujavanju (vanjskom strujanju) fluida oko tijela, ovu granu nazivamo vanjska aerodinamika (engl. *external aerodynamics*).
2. Određivanje karakteristika strujanja kroz cijevi i kanale – radi se o protjecanju (unutarnjem strujanju) te se ova grana naziva unutarnja aerodinamika (engl. *internal aerodynamics*).

---

<sup>1</sup> Chaparral 2J bio je među prvim uspješnim *ground effect* automobilima. Imao je pragove od Lexana oko  $\frac{3}{4}$  svoga opsega (osim na prednjoj strani) koji su bili integrirani sa ovjesom tako da su uvijek održavali udaljenost 1 inč od površine ceste, time stvarajući zonu u kojoj su dva 17 inčna JLO ventilatora pogonjena 45 ks dvotaktnim motorom mogla stvarati djelomični podtlak. Ovaj podtlak je pružao 2J-u negativni uzgon (engl. *downforce*) u vrijednosti 1.25–1.50g, što je ovome automobilu omogućavalo izvanredne vozne karakteristike pri svim brzinama. Većina aerodinamičkih sredstava za postizanje negativnog uzgona u direktnoj je ovisnosti o brzini vožnje tj. nastrujavanja fluida, dok je Chaparralov "usisavač" imao izvanredne performanse i pri nižim brzinama vožnje.

### 1.1.1 Hipoteza kontinuuma i molekularno strujanje

Ako razmatramo strujanje oko tupog tijela, poput strujanja oko kružnog cilindra, zamišljamo da se fluid sastoji od individualnih molekula koje se kreću nasumično. Neka srednja duljina slobodnog puta kojeg molekula proputuje prije sudara sa susjednom molekulom bude označena sa  $\lambda$ . Ako je  $\lambda$  za nekoliko redova veličine manji od glavne dimenzije tijela mjere  $d$ , tada se fluid koji struji može smatrati kontinuumom. Molekule fluida se sudaraju sa cilindrom toliko često da tijelo ne može razlučiti individualne sudare molekula, te površina cilindra osjeća utjecaj fluida kao kontinuiranog medija (kontinuuma). Ovakvo strujanje naziva se kontinuirano strujanje a opisuje ga hipoteza kontinuuma. Hipoteza kontinuuma kaže da je kontinuum matematički model materije prema kojem ona zadržava svoja fizikalna svojstva pri smanjivanju volumena u točku, što omogućuje primjenu integralnog i diferencijalnog računa u mehanici fluida [3].

Drugi ekstrem je situacija kada je  $\lambda$  istog reda veličine kao i glavna dimenzija tijela  $d$ . Tada je udaljenost molekula fluida tolika da se sudari sa površinom tijela javljaju rijetko te tijelo razlučuje individualne sudare. Ovakvo strujanje naziva se slobodno molekularno strujanje. Primjer ovakvog strujanja možemo naći na vanjskim rubovima atmosfere pri letu Space Shuttle-a gdje je gustoća zraka toliko mala da  $\lambda$  poprima red veličine samog Space Shuttle-a.

U većini slučajeva praktične aerodinamike radi se o strujanju kontinuuma, dok su strujanja niske gustoće i slobodna molekularna strujanja jako mali dio ukupnog spektra aerodinamike.

### 1.1.2 Viskozno i neviskozno strujanje

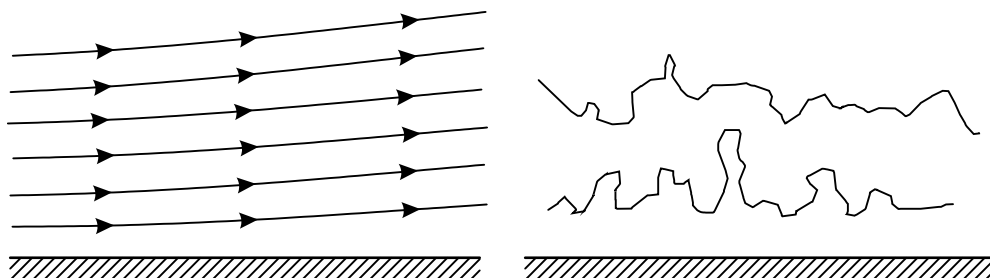
Pri gibanju molekula fluida one sa sobom transportiraju masu, količinu gibanja i energiju sa jedne lokacije na drugu. Ovaj transport na molekularnoj razini je razlog postojanja fenomena difuzije mase, viskoznosti (trenja) i toplinske provodnosti. Sva realna strujanja pokazuju efekte ovih transportnih fenomena te se nazivaju *viskozna strujanja* (engl. *viscous flows*). Za razliku od njih, strujanja za koja se pretpostavlja da ne uključuju trenje, toplinsku provodnost, ili difuziju nazivaju se *neviskozna strujanja* (engl. *inviscid flows*). Neviskozna strujanja ne postoje u prirodi, ali u aerodinamici postoji više realnih strujanja za koja su transportni fenomeni dovoljno maleni da se ona mogu dovoljno točno aproksimirati neviskoznim modelom strujanja. Strujanja oko tupih tijela (poput automobila) karakterizirana su velikom prisutnošću odvajanja strujanja (engl. *flow separation*) i vrtloga u tragu iza tijela (engl. *wake*), koji su primarno posljedica viskoznih efekata, te se takvo strujanje mora tretirati kao viskozno.

Jednadžbe koje opisuju viskozno strujanje fluida nazivaju se Navier-Stokesove jednadžbe, dok se izjednačavanjem članova koji sadrže viskoznost s nulom dobivaju tzv. Eulerove jednadžbe koje opisuju neviskozno strujanje.



### 1.1.3 Laminarno i turbulentno strujanje

Laminarno strujanje definirano je kao ono strujanje u kojem se čestice fluida gibaju pravilno u slojevima, a putanje čestica su glatke krivulje. Turbulentno strujanje izrazito je nestacionarno strujanje u kojemu se čestice fluida gibaju po vrlo nepravilnim putanjama i intenzivno se miješaju, a brzina, tlak i ostale veličine pokazuju stohastičko ponašanje [3].



Slika 1. Putanje čestica fluida u laminarnom i turbulentnom režimu strujanja

Ključnu ulogu pri prijelazu režima strujanja iz laminarnog u turbulentno ima viskoznost. Trenje koje se javlja između čestica fluida i površine odgovorno je za nedostatak klizanja (engl. *no-slip*) u dodiru između površine tijela i prvog sloja fluida, tj. na samoj površini tijela brzina fluida jednaka je nuli, a s udaljenošću od stijenke postepeno raste.

U bilo kojem stvarnom kontinuiranom strujanju fluida preko čvrste stijenke, brzina strujanja jednaka je nuli na samoj površini. Malo iznad površine, brzina ima konačnu vrijednost ali je još uvijek malena.

Pošto se viskozno strujanje u prirodi pojavljuje u oba oblika (laminarno i turbulentno), hoće li se realizirati kao jedno ili drugo ovisi o Reynoldsovom broju. Reynoldsov broj jedan je od najvažnijih bezdimenzijskih parametara u aerodinamici, a označuje omjer inercijskih i viskoznih sila u fluidu, te je glavni kriterij prijelaza laminarnog u turbulentno strujanje fluida.

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot v_{\infty} \cdot l}{\mu} \quad (1.1)$$

Re	(-)	Reynoldsov broj
$\rho$	(kg/m <sup>3</sup> )	gustoća fluida
$v_{\infty}$	(m/s)	brzina neporemećenog strujanja
$l$	(m)	karakteristična duljina prepreke
$\mu$	(Pa · s)	dinamička viskoznost fluida

Laminarno strujanje fluida postoji samo pri niskim vrijednostima Reynoldsovog broja gdje je utjecaj viskoznosti velik, dok velike vrijednosti Reynoldsovog broja karakteriziraju mali utjecaj viskoznosti te se viskozne sile mogu zanemariti u odnosu na

inercijske u većem dijelu područja strujanja. Mjesto gdje se utjecaj viskoznih sila nikako ne smije zanemariti jest u blizini čvrste nepropusne stijenke koja se nalazi u području strujanja. To područje naziva se granični sloj (engl. *boundary layer*) te je u njemu dominantan utjecaj viskoznih sila, dok je utjecaj inercijskih sila malen.

Za vrijednosti  $Re > 500\,000$  može se tvrditi da se kod strujanja oko automobila radi o turbulentnom strujanju i turbulentnom graničnom sloju. Na temelju referentne duljine  $l$ , koja je po SAE konvenciji za automobile jednaka osovinskom razmaku vozila [4], gustoće zraka  $\rho$ , te dinamičke viskoznosti zraka  $\mu$  dobivamo vrijednost Reynoldsovog broja za slučaj vozila ispitivanog u ovom radu:

$$Re = \frac{\rho \cdot v_{\infty} \cdot l}{\mu} = \frac{1,225 \cdot 40 \cdot 2,453}{1,7894 \cdot 10^{-5}} = 6,72 \cdot 10^6 \quad (1.2)$$

te zaključujemo da se radi o potpuno razvijenom turbulentnom strujanju.

#### 1.1.4 Stlačivo, nestlačivo strujanje i Machov broj

Strujanje u kojem je gustoća fluida  $\rho$  konstantna naziva se nestlačivim strujanjem (engl. *incompressible flow*), za razliku od strujanja sa promjenjivom gustoćom koje se naziva stlačivim (engl. *compressible flow*). Sva strujanja su manje ili više stlačiva, dok pravo nestlačivo strujanje gdje bi gustoća bila konstantna ne postoji u prirodi. Međutim, analogno primjeru viskoznog i neviskoznog strujanja, postoji velik broj aerodinamičkih problema koji mogu biti modelirani nestlačivim strujanjem sa dovoljnom točnošću.

Na primjer, strujanje homogene kapljevine u većini slučajeva smatra se nestlačivim, te se za većinu problema hidrodinamike pretpostavlja  $\rho = \text{konst.}$

Machov broj je bezdimenzijska veličina koja predstavlja omjer lokalne brzine strujanja fluida i lokalne brzine zvuka. Ime je, na prijedlog Švicarskog inženjera zrakoplovstva Jakoba Ackereta<sup>2</sup>, dobio prema Austrijskom fizičaru Ernestu Machu. Definicija Machova broja je:

$$Ma = \frac{v_{\infty}}{a_{\infty}} \quad (1.3)$$

Ma	(-)	Machov broj
$v_{\infty}$	(m/s)	brzina strujanja fluida
$a_{\infty}$	(m/s)	brzina zvuka u fluidu

---

<sup>2</sup> Ackeret je sudjelovao u rješavanju praktičnih inženjerskih problema vezanih uz dizajn propelera varijabilnog nagiba za zrakoplove i brodove. Doprinio je istraživanju nadzvučnih aeroprofila te je vodio prve pokušaje proračuna sila otpora i uzgona na nadzvučnim aeroprofilima, kada je i predložio da se uvede oznaka Machovog broja kao višekratnik brzine zvuka[12].

Strujanje se prema Machovom broju može generalno podijeliti u četiri skupine:

- Podzvučno strujanje ( $Ma < 1$  svugdje). Ovo strujanje karakterizirano je glatkim strujnicama bez diskontinuiteta. Štoviše, pošto je brzina strujanja svugdje manja od brzine zvuka, bilo kakav poremećaj strujanja propagira se uzvodno i nizvodno kroz cijelo polje strujanja. Ako je brzina strujanja blizu  $Ma = 1$ , tada strujanje lokalno (pri ekspanziji oko tijela) može prijeći u nadzvučni režim. Pravilo je da mora biti  $Ma < 0.8$  da bi se održavalo podzvučno strujanje oko glatkih aerodinamičnih tijela, dok za tupa tijela  $Ma$  mora biti još niži da bi se u svakoj točki osiguralo podzvučno strujanje.
- Krozzvučno strujanje ( $0.8 < Ma < 1.2$ ). Ako je strujanje dovoljno blizu  $Ma = 1$  tada se lokalno pojavljuju područja nadzvučnog strujanja preko površina tijela koja završavaju tlačnim valovima te povratkom u podzvučni režim strujanja. Pošto ovakva strujanja pokazuju karakteristike podzvučnog i nadzvučnog strujanja, nazivaju se krozzvučnima.
- Nadzvučno strujanje ( $Ma > 1$  svugdje). Karakterizirano je prisutnošću tlačnih valova u kojima strujnice i svojstva fluida imaju diskontinuitete (za razliku od glatkih, kontinuiranih varijanti u podzvučnom strujanju). Česta pojava su valovi širenja na stražnjim dijelovima tijela.
- Hiperzvučno strujanje ( $Ma > 5$ ). Karakterizirano je pomicanjem tlačnih valova bliže stijenama tijela, te njihovim jačanjem što dovodi do lokalnog povišenja temperature u području između tlačnog vala i tijela. Ako je  $Ma$  dovoljno velik, sloj tlačnog vala postaje sve tanji i dolazi do interakcije sa graničnim slojem na površini tijela. Postizanjem dovoljno visoke temperature u sloju tlačnog vala dolazi i do kemijskih reakcija u kojima se molekule kisika i dušika cijepaju tj. disociraju. Kada  $Ma$  naraste dovoljno da se ove pojave realiziraju, govorimo o hiperzvučnom strujanju.

Kao pravilo uzima se da strujanje možemo smatrati nestlačivim za vrijednosti Machovog broja  $Ma < 0.3$ . Pošto je najviša brzina strujanja razmatrana u aerodinamici cestovnih i natjecateljskih vozila 120 m/s što rezultira  $Ma = 0.35$ , model nestlačivog strujanja dovoljno je dobra aproksimacija čak i za ovaj ekstremni slučaj. Međutim, ispitivanja aerodinamike vozila u zračnim tunelima najčešće se izvode pri neporemećenoj brzini strujanja  $v_\infty = 40$  m/s koja je korištena i u ovome radu, te zaključujemo da je model nestlačivog strujanja primjeren za ovaj tip problema.

Prema iznesenim klasifikacijama aerodinamičkih strujanja, promatrani slučaj opstrujavanja fluida oko vozila spada u probleme vanjske aerodinamike, a opisuje ga nestlačivo, viskozno, turbulentno strujanje kontinuuma.

## 1.2 Aerodinamičke sile i momenti

Aerodinamičke sile i momenti na tijelo oko kojeg opstrujava fluid potiču iz dva osnovna izvora:

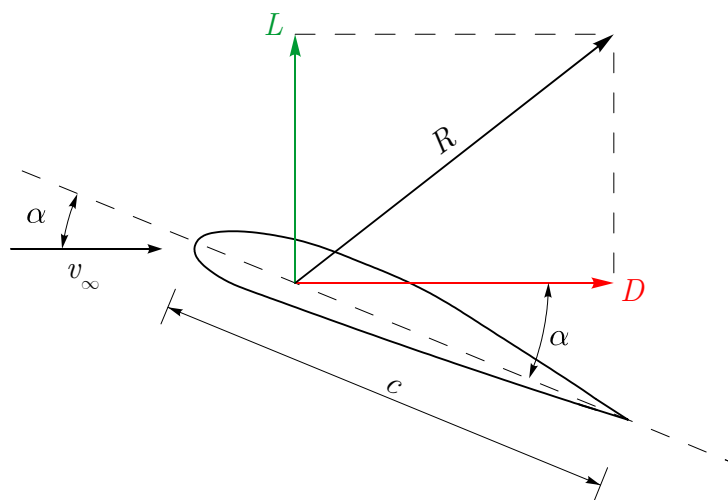
- *raspodjele tlaka* po površini tijela
- *raspodjele smične sile* po površini tijela.

Bez obzira na moguću kompleksnost geometrije tijela, aerodinamičke sile i momenti posljedica su ova dva izvora. Kao što znamo, tlak  $p$  predstavlja normalno naprezanje na površinu, dok smično naprezanje  $\tau$  djeluje tangencijalno na površinu. Smično naprezanje posljedica je viskoznosti fluida, odnosno viskoznog trenja između tijela i fluida.

Rezultantna sila i moment na tijelo su integrali tlaka  $p$  i smičnog naprezanja  $\tau$  po površini tijela. Rezultantna sila  $R$  se može podijeliti u dvije komponente:

- $L$  = uzgon (engl. *lift*) je komponenta  $R$  okomita na smjer brzine neporemećenog strujanja zraka  $v_\infty$ ,
- $D$  = otpor (engl. *drag*) je komponenta  $R$  paralelna s brzinom  $v_\infty$ .

Napadni kut  $\alpha$  definiran je kao kut između tetive aeroprofila (ili simetrane linije tijela) i smjera neporemećenog strujanja  $v_\infty$ . Slika 2. prikazuje navedene sile i geometrijske odnose.



Slika 2. Rezultantna aerodinamička sila i njezine komponente

Cijela mehanika fluida, a time i aerodinamika, je teorijsko-eksperimentalna znanost, unutar koje se dugi niz godina do rezultata dolazilo eksperimentom. Eksperiment se može vršiti u originalnoj pojavi (prototipu) ili u modelskoj pojavi (modelu). Dimenzijska analiza i teorija sličnosti predstavljaju temelj eksperimentalnom istraživanju složenih fizikalnih pojava u raznim područjima fizike, a njihovom primjenom smanjuje se potrebni broj mjerenja neke pojave, olakšava se prikaz, tumačenje i usporedba rezultata mjerenja, te omogućuje primjena analogije.

U svrhu lakšeg prikaza i usporedbe rezultata numeričkih simulacija definiraju se bezdimenzijski koeficijenti aerodinamičkih sila i momenata. Za njihovo definiranje potrebni su nam dinamički tlak  $1/2\rho v_\infty^2$ , referentna površina  $A$  i referentna duljina  $l$ .

Za slučaj aerodinamike cestovnih vozila, za referentnu površinu  $A$  uzima se čeona površina vozila, dok se za referentnu duljinu  $l$  uzima već spomenuti osovinski razmak prema [4]. Tada bezdimenzijski koeficijenti sila i momenata glase:

$$\begin{aligned}
 \text{➤ } C_L &= \frac{2L}{\rho v_\infty^2 A} \text{ - bezdimenzijski koeficijent uzgona} \\
 \text{➤ } C_D &= \frac{2D}{\rho v_\infty^2 A} \text{ - bezdimenzijski koeficijent otpora} \\
 \text{➤ } C_M &= \frac{2M}{\rho v_\infty^2 Al} \text{ - bezdimenzijski koeficijent momenta} \\
 \text{➤ } C_p &= \frac{p - \frac{1}{2}\rho v_\infty^2}{\frac{1}{2}\rho v_\infty^2} = 1 - \left(\frac{v}{v_\infty}\right)^2 \text{ - bezdimenzijski koeficijent tlaka}
 \end{aligned}$$

Bernoullijeva jednadžba duž strujnice kaže da suma statičkog i dinamičkog tlaka mora uvijek biti konstantna, tako da vrijedi

$$\underbrace{p_\infty + \frac{1}{2}\rho v_\infty^2}_{\text{statički i dinamički tlak u neporemećenoj struji}} = \underbrace{p + \frac{1}{2}\rho v^2}_{\text{statički i dinamički tlak u promatrajnoj točki}} . \quad (1.4)$$

Izraz za bezdimenzijski koeficijent tlaka izražen preko brzina strujanja slijedi iz kombinacije izraza za bezdimenzijski koeficijent tlaka zapisan preko tlakova te izraza (1.4), pa uvrštavanjem dobivamo

$$C_p = 1 - \frac{\cancel{\frac{1}{2}\rho} v^2}{\cancel{\frac{1}{2}\rho} v_\infty^2} = 1 - \left(\frac{v}{v_\infty}\right)^2 . \quad (1.5)$$

Kada uvrstimo brzinu strujanja u točki zastoja koja je, kao što joj ime kaže, jednaka nuli dobivamo:

$$C_p = 1 - \left(\frac{0}{v_\infty}\right)^2 = 1 - 0 = 1 . \quad (1.6)$$

Teoretski, ovo je maksimalna vrijednost iznosa bezdimenzijskog koeficijenta tlaka pri nestlačivom strujanju. Na nekoj udaljenosti od tijela, gdje strujanje fluida nije

poremećeno te je lokalna brzina strujanja  $v$  ista kao i neporemećena brzina  $v_\infty$  omjer brzina  $v/v_\infty$  biti će jednak jedinici, te će u toj točki  $C_p$  imati vrijednost nula. Na mjestima gdje će lokalna brzina strujanja  $v$  biti veća od neporemećene brzine  $v_\infty$ , vrijednost  $C_p$  postati će negativnom tj.  $C_p < 0$ .

Tablica 1. dan je pregled karakterističnih vrijednosti bezdimenzijskog koeficijenta tlaka  $C_p$  koje on poprima za različite slučajeve brzine strujanja.

Tablica 1. Vrijednosti  $C_p$  u ovisnosti o brzini strujanja

brzina strujanja	$C_p$
0	1
$v_\infty$	0
$v > v_\infty$	$< 0$
$0 \leq v \leq v_\infty$	$0 \leq C_p \leq 1$

## 2 Računalna dinamika fluida

Navier-Stokesove jednačbe opisuju viskozno strujanje fluida i predstavljaju osnovne fizikalne zavisnosti koje diktiraju karakteristike aerodinamičkih strujanja. Rješenja ovih jednačbi jesu polja brzine i tlaka na temelju kojih se mogu izračunati integralne veličine kao što su sile i momenti.

Analitički pristup moguć je za jednostavna strujanja u kojima se Navier-Stokesove jednačbe mogu integrirati i pronaći analitičko rješenje. Naravno, ovakav pristup je važeći za vrlo ograničen broj aerodinamičkih problema, ali na njemu se temelji klasična teorija aerodinamike.

Razvojem računala i povećanjem njihove brzine tijekom posljednje trećine 20. i početkom 21. stoljeća dolazi do revolucije u rješavanju aerodinamičkih problema te se pojavljuje nova disciplina pod nazivom računalna dinamika fluida - RDF (engl. *computational fluid dynamics* - *CFD*). Cilj računalne dinamike fluida jest dobivanje numeričkih vrijednosti varijabli strujanja u diskretnim točkama u vremenu i prostoru [2].

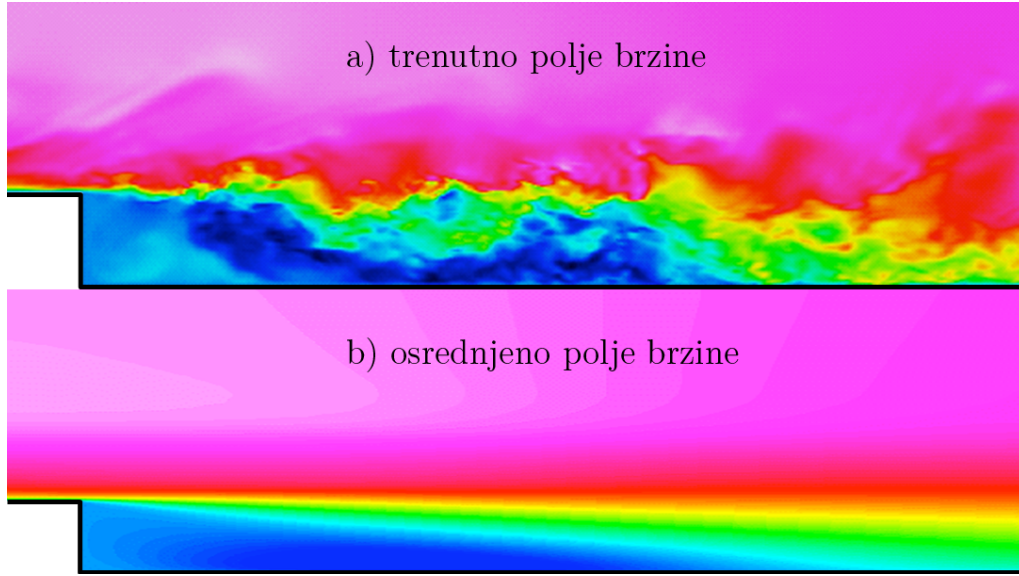
### 2.1 Problemi računalne dinamike fluida

Kao što je spomenuto, strujanje fluida u prirodi najčešće je turbulentno, dok se laminarno strujanje pojavljuje samo pri niskim vrijednostima Reynoldsovog broja. Modeliranje turbulencije jedan je od najvećih problema računalne dinamike fluida zbog toga što je turbulentno strujanje karakterizirano poljima promjenjive brzine strujanja koja je odgovorna za miješanje transportnih veličina poput momenta i energije fluida.

Pošto ove promjene mogu biti izrazitovelike frekvencije, njihovo egzaktno rješavanje bilo bi prezahtjevno u pogledu raspoloživih računalnih resursa te vremena potrebnog za rješavanje. Ovakav način direktnog rješavanja Navier-Stokes jednačbi bez uporabe modela turbulencije naziva se direktna numerička simulacija (DNS, engl. *direct numerical simulation*). Jednu stepenicu ispod DNS-a je pristup u kojemu se modeliraju male pulsacije, a direktno se rješavaju samo velike (LES, engl. *large eddy simulation*) koji je za red veličine tj. ~10 puta manje resursno zahtjevan, ali još uvijek preopsežan za većinu realnih inženjerskih problema.

Umjesto direktnog i poludirektnog rješavanja, moguće je jednačbe koje opisuju strujanje fluida vremenski osrednjiti ili manipulirati na neki drugi način u svrhu eliminacije pojava malih razmjera u strujanju, čime dobivamo sustav modificiranih jednačbi koje su vremenski i resursno manje zahtjevne za rješavanje. Nažalost, modificirane jednačbe sadrže dodatne nepoznanice, te se javlja potreba za modelima turbulencije koji pomažu u određivanju ovih nepoznanica uz pomoć poznatih veličina. Jedan od najpopularnijih pristupa jest tzv. Reynoldsovo osrednjavanje Navier-Stokesovih

jednadžbi (RANS, engl. *Reynolds averaged Navier Stokes*) čiji primjer pokazuje Slika 3., a o kojem će biti više riječi u nastavku rada.



Slika 3. Trenutno polje brzine i osrednjeno polje brzine

U klasi RANS modela turbulencije postoji više razina kompleksnosti, od onih koji rješavaju jednadžbe za sva turbulentna naprezanja (RSM, engl. *Reynolds Stress models*), do jednostavnih modela temeljenih na Boussinesqovoj hipotezi tj. modeliranju turbulentne viskoznosti.

Turbulentna viskoznost modelira se pomoću dva parametra turbulencije čija raspodjela može biti definirana pomoću diferencijalne ili algebarske jednadžbe, a najpoznatiji modeli turbulencije sa dvije jednadžbe su  $k - \varepsilon$  i  $k - \omega$ , te oba spadaju u klasu modela linearne turbulentne viskoznosti [5].

## 2.2 RANS jednadžbe za viskozno nestlačivo turbulentno strujanje

Ovakvo strujanje (uz zanemarenje masenih sila poput gravitacije) opisano je jednadžbama kontinuiteta (2.1) i količine gibanja (2.2) u kojima su nepoznanice polje brzine  $u_i$  i polje tlaka  $p$ , ove jednadžbe nazivaju se Navier-Stokesovim jednadžbama.

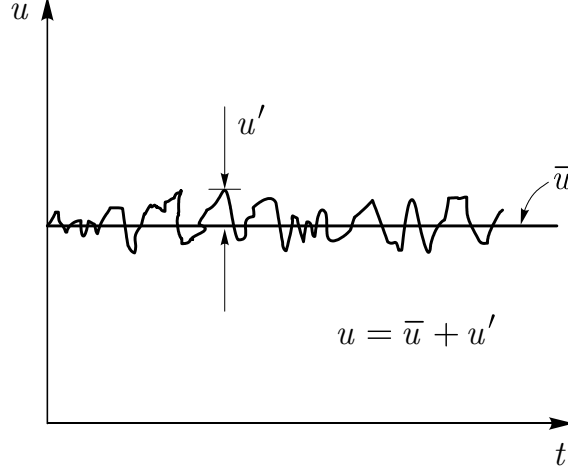
$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{\left( \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right)}_{\tau_{ij}} \quad (2.2)$$



Veličine brzine i tlaka prikazuju se zbrojem osrednjene vrijednosti i pulsirajućeg dijela uz pomoć izraza (2.3), dok grafički prikaz relacije prikazuje Slika 4.

$$\begin{aligned} u_i &= \bar{u}_i + u'_i \\ p &= \bar{p} + p' \end{aligned} \quad (2.3)$$



Slika 4. Veza između osrednjene i pulsirajuće komponente brzine

Vremenskim osrednjavanjem izraza (2.1) i (2.2) dobivaju se jednačbe kontinuiteta i količine gibanja za osrednjeno strujanje koje prema [6] glase

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j} \right]. \quad (2.5)$$

Očito je da je oblik Navier-Stokesovih jednačbi za direktno rješavanje dan izrazima (2.1) i (2.2) vrlo sličan osrednjenom obliku Navier-Stokesovih jednačbi (RANS) danom izrazima (2.4) i (2.5), dapače, jedina razlika je predstavnik pulsirajućeg strujanja  $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ . Taj član označava turbulentnu difuziju količine gibanja koja odgovara viskoznim naprezanjima te ga nazivamo turbulentnim ili Reynoldsovim naprezanjem.

Tenzor Reynoldsovih naprezanja je simetričan tenzor sa šest nepoznanica

$$\tau_{ij} = -\rho \begin{bmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'^2} \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

te primjećujemo da RANS jednačbe sadrže više nepoznanica nego što ima jednačbi pa takav sustav nema jedinstveno rješenje. Da bi riješili RANS jednačbe potrebno je sustav zatvoriti modelima turbulencije čiji je zadatak usklađivanje broja jednačbi i broja nepoznatih polja pri čemu se zaustavljaju na određenoj korelaciji, dok se sve više korelacije modeliraju pomoću nižih tj. onih obuhvaćenih modelom turbulencije.

Opći zahtjevi koji se postavljaju pred model turbulencije su: univerzalnost, točnost, ekonomičnost i jednostavnost. Činjenica je da ne postoji jedinstven model turbulencije koji bi bio univerzalno prihvaćen kao superioran za sve vrste problema strujanja. Time izbor modela turbulencije postaje zavisao o fizikalnim svojstvima strujanja koje se razmatra, trenutnim normama i konvencijama pri rješavanju problema te vrste, potrebnoj razini točnosti, raspoloživim računalnim resursima i vremenu za rješavanje.

## 2.3 Modeli turbulencije

Problem zatvaranja sustava RANS jednačbi može se postići na dva načina:

- Reynolds Stress modelima – koji imaju prednosti u kompleksnim 3D strujanjima sa vrtloženjem, ali su kompleksniji i teže konvergiraju, a u kojima se tenzor Reynoldsovih naprežanja rješava pomoću transportnih jednačbi,
- Modelima turbulentne viskoznosti – tenzor Reynoldsovih naprežanja modelira se pomoću koeficijenta turbulentne viskoznosti  $\mu_t$  uz korištenje Boussinesqove hipoteze koja za nestlačivo strujanje glasi

$$\tau_{ij} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \bar{k} \delta_{ij} \quad , \quad \text{čime je šest komponenti tenzora}$$

Reynoldsovih naprežanja modelirano jednim nepoznatim poljem koeficijenta turbulentne viskoznosti  $\mu_t$ .

Uvrštavanjem Boussinesqove hipoteze u jednačbu količine gibanja danu izrazom (2.5) dobivamo jednačbu količine gibanja (2.7), koja se će biti korištena u odabranom modelu turbulencije ( $k - \varepsilon$ )

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \mu_t) \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad , \quad (2.7)$$

u kojoj je efektivni tlak postao  $\bar{p} = \bar{p} + 2/3 \rho \bar{k}$  nakon uvrštavanja Boussinesqove hipoteze u početnu jednačbu količine gibanja.

Za sve diferencijalne modele s dvije jednačbe (poput  $k - \varepsilon$  modela), za karakterističnu brzinu turbulencije koristi se  $v_t = \sqrt{\bar{k}}$ , gdje je  $\bar{k} = \overline{u'_i u'_i} / 2$  kinetička energija turbulencije (engl. *turbulent kinetic energy*), a razlikuju se prema izboru druge

veliĉine. Pošto se koeficijent turbulentne viskoznosti definira u obliku  $\mu_t = \rho l_t v_t$ , druga karakteristiĉna veliĉina moŹe biti bilo koja veliĉina uz ĉiju se dimenziju zajedno sa dimenzijom  $v_t$  moŹe dobiti dimenzija karakteristiĉne duljine turbulencije  $l_t$ .

Najpopularniji modeli iz ove skupine su već spomenuti  $k - \varepsilon$  i  $k - \omega$ , pri ĉemu je  $\bar{\varepsilon}$  vremenski osrednjena vrijednost brzine disipacije kinetiĉke energije u unutarnju energiju, a  $\bar{\omega}$  vremenski osrednjena kutna brzina rotacije ĉestica fluida.

Dimenzija  $\bar{k}$  je  $L^2 T^{-2}$ , a jedinica u SI sustavu  $m^2/s^2$ , dok je dimenzija  $\bar{\varepsilon}$   $L^2 T^{-3}$ , a jedinica u SI sustavu  $m^2/s^3$ . Kombinacija koja nam daje dimenziju duljine je oĉito  $\bar{k}^{3/2}/\bar{\varepsilon}$  što onda  $l_t$  ĉini proporcionalnim  $\bar{k}^{3/2}/\bar{\varepsilon}$  tj. dobivamo da je  $l_t \sim \bar{k}^{3/2}/\bar{\varepsilon}$ . Kada ovu jednakost uvrstimo u polaznu definiciju koeficijenta turbulentne viskoznosti dobivamo

$$\mu_t \sim \rho \frac{\bar{k}^2}{\bar{\varepsilon}} \text{ ili } \mu_t = C_\mu \rho \frac{\bar{k}^2}{\bar{\varepsilon}}. \quad (2.8)$$

Da bi mogli pisati znak jednakosti u izrazu (2.8) bilo je nuŹno uvesti bezdimenzijski koeficijent  $C_\mu$  koji je za visoke vrijednosti Reynoldsova broja (razvijeno turbulentno strujanje) konstanta i iznosi  $C_\mu = 0,09$ .

Ovakvi modeli turbulencije rješavaju se sa dvije dodatne diferencijalne jednadŹbe kojima se definira prostorna raspodjela  $\bar{k}$  i  $\bar{\varepsilon}$  (ili  $\bar{\omega}$ ) a one za  $k - \varepsilon$  model glase

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{k}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j \bar{k}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] + \underbrace{G}_{\text{produkcija}} - \underbrace{\rho \bar{\varepsilon}}_{\text{disipacija}} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{\varepsilon}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j \bar{\varepsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] + \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}} (C_1 G + C_2 \rho \bar{\varepsilon}). \quad (2.10)$$

Izraz (2.9) predstavlja konaĉni oblik modelirane jednadŹbe za kinetiĉku energiju turbulencije ( $k$ ), dok izraz (2.10) predstavlja konaĉni oblik jednadŹbe za disipaciju kinetiĉke energije ( $\varepsilon$ ) u *standardnom*  $k - \varepsilon$  modelu.

## 2.4 Zidne funkcije

Prisustvo ĉvrstih stijenki odnosno zidova izrazito snaŹno utjeĉe na turbulentna strujanja. Polje brzine je pod oĉitim utjecajem prisustva *no-slip* preduvjeta koji mora biti ispunjen na ĉvrstoj stijenci. Međutim, prisustvo ĉvrstih stijenki utjeĉe na turbulenciju i na druge naĉine, poput pojave viskoznog prigušenja blizu same stijenke koje smanjuje oscilacije tangencijalne brzine, dok efekt kinematiĉke obstrukcije smanjuje oscilacije u normalnom smjeru. Kako se pomiĉemo prema vanjskom dijelu graniĉnog

sloja stijenke, turbulencija se povećava zbog produkcije kinetičke energije turbulencije kao rezultat velikih gradijenata u brzini strujanja [7].

Modeliranje graničnog sloja oko čvrstih stijenki znatno utječe na vjernost simulacije utoliko što su čvrste stijenke glavni izvor vrtloženja i turbulencije, dapače, u blizini stijenki sve varijable simulacije imaju najveće gradijente te se transport količine gibanja i ostalih veličina tamo najjače odvija. Očito je, da točan prikaz turbulentnog strujanja u prisustvu čvrstih stijenki itekako ovisi o preciznoj reprezentaciji strujanja u graničnom sloju stijenke.

Brojni eksperimenti su pokazali da se granični sloj čvrste stijenke može podijeliti u dva osnovna sloja – *unutarnji* i *vanjski*. Nadalje, unutarnji sloj dijeli se na tri dijela: viskozni (engl. *viscous sublayer*), prijelazni (engl. *buffer layer*) i inercijalni podsloj (*log-law region*). Sloj uz samu stijenku naziva se viskozni podsloj, u kojemu je strujanje skoro laminarno i dinamička viskoznost (molekularna) ima ključnu ulogu u transportu količine gibanja i mase, dok je turbulentna viskoznost zanemariva. U inercijalnom podsloju je pak zanemariva molekularna viskoznost, dok turbulencija igra veću ulogu, a profil brzine slijedi logaritamski zakon, dok je u prijelaznom podsloju podjednak utjecaj molekularne viskoznosti i turbulencije.

Iz navedenog je očito da uz samu stijenku neće vrijediti odabrani  $k - \varepsilon$  model turbulencije zbog male vrijednosti turbulentne viskoznosti, te je potrebno definirati unutarnje rubne uvjete pomoću kojih je moguće premostiti područje između stijenke i vanjskog dijela graničnog sloja gdje izabrani model turbulencije opet počinje biti važeći.

Postoje dva načina premošćivanja ovog problematičnog područja:

- posebnim modelom turbulencije koji će vrijediti u području graničnog sloja,
- polu-empirijskim (iskustvenim) zidnim funkcijama (engl. *wall functions*).

Posebni modeli turbulencije koji vrijede unutar graničnog sloja zahtijevaju mrežu (engl. *mesh*) visoke rezolucije u smjeru normale na čvrstu stijenku, te se u njima jednačbe integriraju skroz do viskoznog podsloja. Iako je ova metoda točnija, i samim pristupom je pogodnija za rješavanje kompliciranih turbulentnih strujanja sa izrazitim odvajanjima, ponovnim lijepljenjem te nepovoljnim gradijentima tlaka, izrazito je resursno i vremenski zahtjevna. Čak u dvodimenzionalnim simulacijama, rješavanje graničnog sloja pomoću modela turbulencije može utrostručiti broj konačnih volumena u računalnoj mreži.

Zidne funkcije temelje se na brojnim eksperimentima i daju kvalitetne rezultate što se tiče smičnih naprezanja i raspodjele tlaka, a pri tom ne zahtijevaju gustu i kvalitetnu mrežu uz samu stijenku zida, te su mnogo prihvatljivije sa stajališta resursa i vremena rješavanja.

Neposredno u blizini stijenke strujanje je paralelno sa stijenkom, a komponenta brzine okomita na stijenku je zanemariva. Ako komponentu brzine strujanja paralelnu sa

stijenkom označimo sa  $\bar{u}$ , a koordinatu normale na stijenu sa  $y$ , onda zanemarivanjem manjih članova u jednadžbi količine gibanja slijedi

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] = \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad (2.11)$$

iz čega zaključujemo da je tangencijalno naprezanje u smjeru okomito na stijenu konstantno i jednako naprezanju na stijenci  $\tau = \tau_w = \text{konst.}$  Već smo zaključili da u blizini stijenske postoji viskozno prigušenje turbulentnih pulsacija te je mala turbulentna viskoznost (može se zanemariti) te iz izraza (2.11) možemo izvesti da je profil brzine linearan

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] &= \frac{\partial \tau_w}{\partial y} \quad / \quad \int \\ \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} &= \tau_w \quad / \quad \cdot y \quad / \quad : \mu \quad , \\ \bar{u} &= \frac{\tau_w}{\mu} y - \text{linearan profil brzine} \end{aligned} \quad (2.12)$$

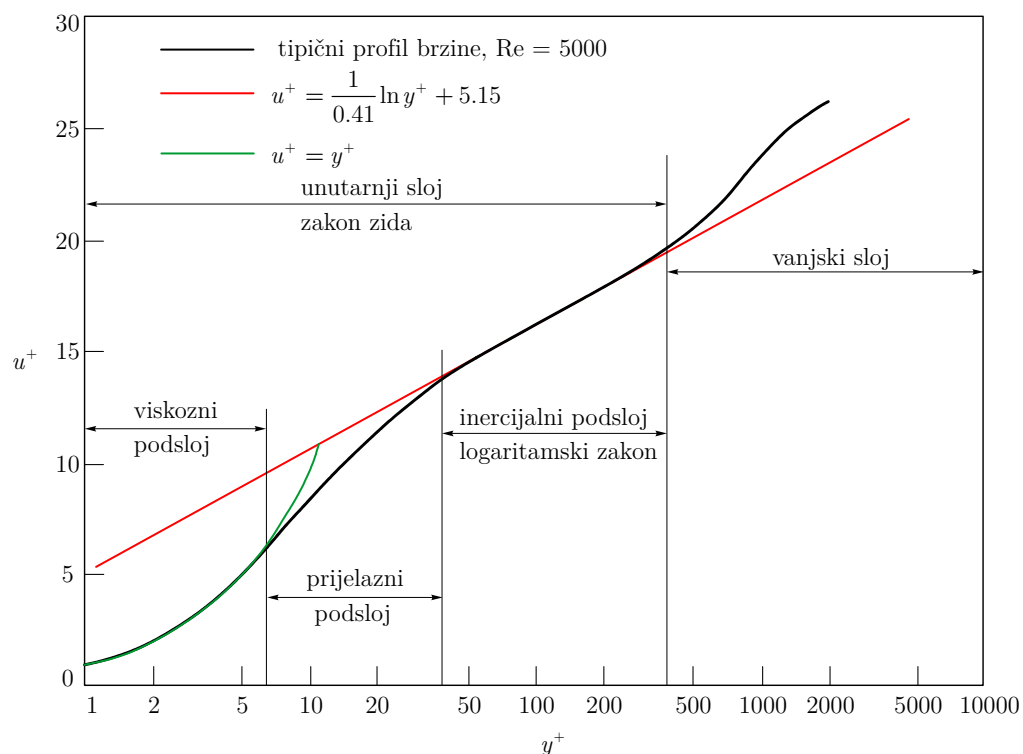
$\bar{u}$	(m/s)	komponenta brzine paralelna sa stijenom
$\tau_w$	(Pa)	smično naprezanje
$\mu$	(Pa · s)	dinamička (molekularna) viskoznost
$y$	(m)	normalna udaljenost od zida

što zapisano bezdimenzijski glasi  $y^+ = y^+$ , gdje je  $y^+ = \bar{u}/u_\tau$ , a veličina  $u_\tau$  naziva se brzinom trenja i iznosi  $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ . Cilj je izvesti bezdimenzijsku udaljenost od zida  $y^+$  koju koristimo za određivanje valjanosti zidnih funkcija koje su važeće u području  $30 \leq y^+ \leq 300$  (500). Do izraza za  $y^+$  doći ćemo na sljedeći način:

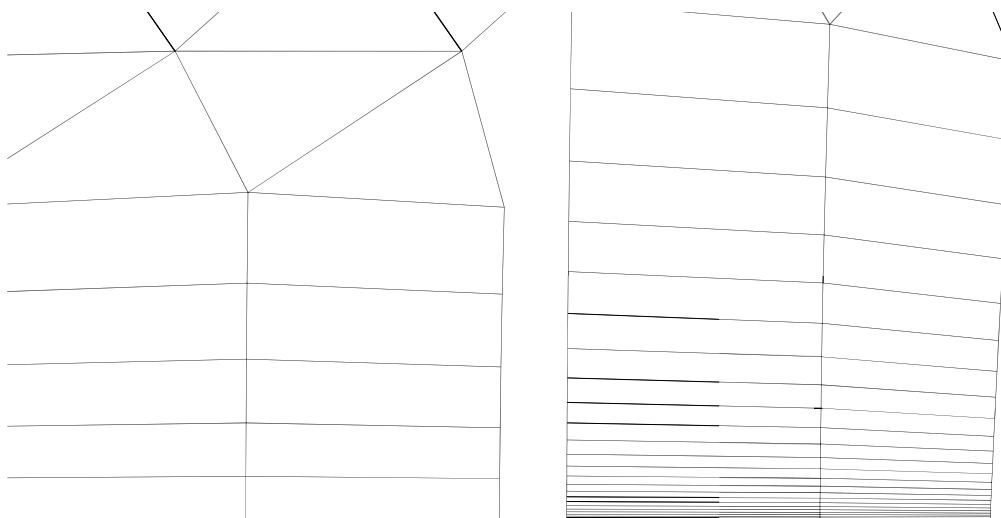
$$\begin{aligned} y^+ &= u^+ \\ y^+ &= \frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{\frac{\tau_w}{\mu} y}{u_\tau}, \text{ uz } u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad / \quad ^2 \rightarrow \tau_w = \rho u_\tau^2 \\ y^+ &= \frac{\rho u_\tau y}{\mu} = \frac{\rho u_\tau}{\mu} y, \text{ uz } \nu = \frac{\mu}{\rho} \text{ slijedi} \\ &\boxed{y^+ = \frac{u_\tau}{\nu} y} \end{aligned} \quad (2.13)$$

što govori da je  $y^+$  ovisan o brzini trenja pri stijenci zida, kinematskoj viskoznosti fluida i normalnoj udaljenosti od zida. Pošto će strujanje na određenim mjestima oko automobila uvijek biti slično, može se generalizirati i reći da  $y^+$  proporcionalno ovisi o  $y$ , tj. ako se želi smanjiti ili povećati bezdimenzijska udaljenost težišta prvog konačnog volumena uz stijenu zida, parametar koji se treba promijeniti jest visina prvog elementa.

Podjelu graničnog sloja za primjer turbulentnog strujanja preko ravne horizontalne ploče prikazuje Slika 5., dok Slika 6. prikazuje usporedbu potrebne razlučivosti mreže u području graničnog sloja čvrste stijene za oba pristupa rješavanja ovog problema.



Slika 5. Turbulentni granični sloj kod nastrujavanja na ravnu ploču



Slika 6. Diskretizacijske mreže za oba pristupa rješavanja graničnog sloja

## 2.5 Metoda konačnih volumena

Nakon odabira primjerenog matematičkog modela za prikaz strujanja, treba odabrati numeričku metodu rješavanja istog. Klasično, postoje tri vrste numeričkih metoda za rješavanje parcijalnih diferencijalnih jednačbi:

- metoda konačnih razlika,
- metoda konačnih elemenata,
- metoda konačnih volumena.

Pri korištenju bilo koje od navedenih metoda, prvi korak je uvijek diskretizacija kontinuirane domene promatranog problema.

Najstarija je metoda konačnih razlika koja se temelji na lokalnom razvoju u Taylorov red da bi se derivacije aproksimirale konačnim razlikama, što rezultira sustavom algebarskih jednačbi. Metoda koristi topološku kvadratnu mrežu linija za diskretizaciju parcijalnih diferencijalnih jednačbi, što ograničava njezinu primjenu kod kompleksnih geometrija dvije i tri dimenzije. Ovaj problem potaknuo je razvoj i primjenu metoda konačnih elemenata i konačnih volumena.

U metodi konačnih elemenata veličine u svakom čvoru elementa aproksimiraju se interpolacijskim funkcijama, koje duž ruba elementa moraju zadovoljavati određene rubne uvjete, da bi diskretizirani model bio što bliži kontinuiranom sustavu. Pri izvođenju algebarskih jednačbi polazi se od diferencijalnih jednačbi (metoda težinskog reziduala) ili se koristi varijacijska formulacija. Pretpostavlja se približno rješenje u čvorovima te se ono uvrštava u diferencijalnu jednačbu pri čemu se pojavljuje rezidual. Galerkinovim postupkom se minimizira rezidual te se dobiva sustav algebarskih jednačbi u kojemu su nepoznanice parametri u čvorovima, koji se tada integrira po domeni.

Pri razvoju metode konačnih volumena, transportne jednačbe primjenjene su na dio prostora koji nazivamo konačnim volumenom. Dok metoda konačnih razlika koristi matematičke operatore za aproksimaciju derivacija, a metoda konačnih elemenata interpolacijske funkcije, metoda konačnih volumena koristi konzervativni oblik transportnih jednačbi primjeren za integraciju po dijelu prostora tj. konačnom volumenu.

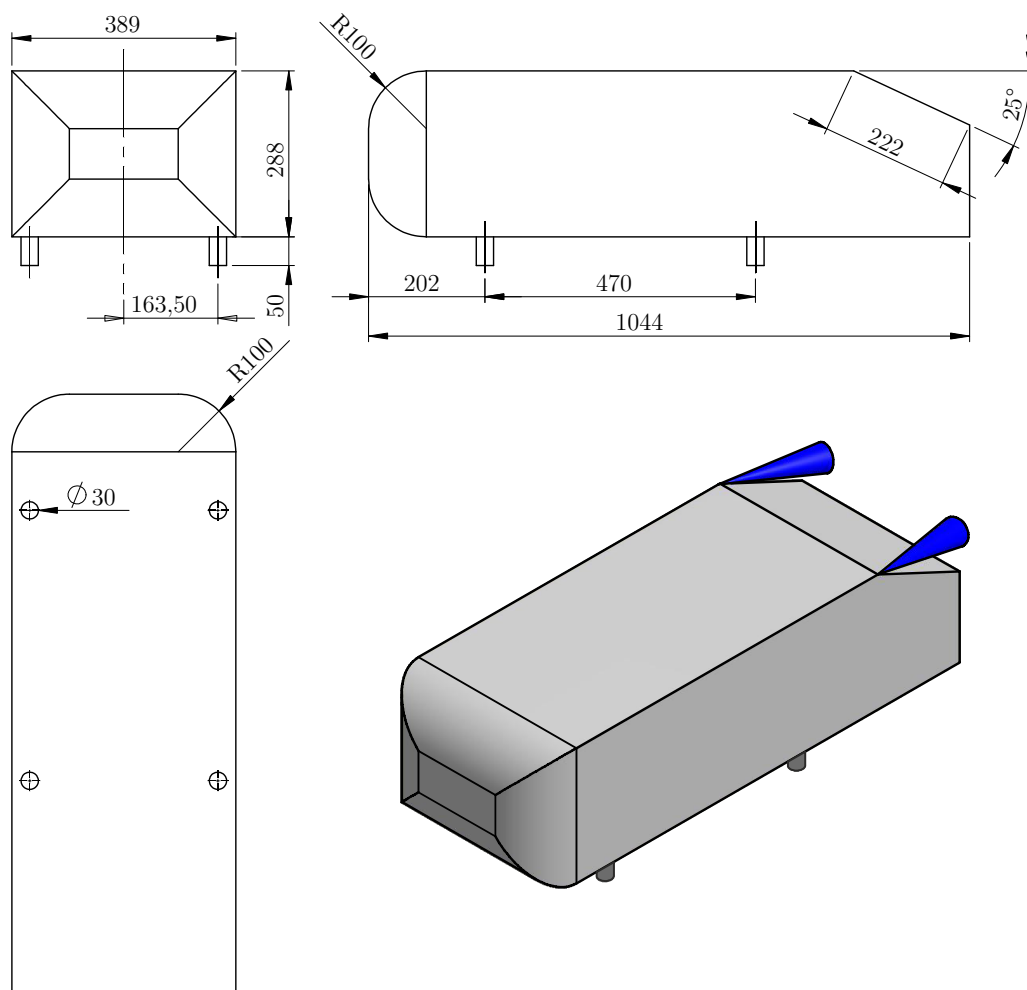
Pošto u metodi konačnih volumena protoci kroz kontrolne površine susjednih konačnih volumena zadovoljavaju zakone očuvanja, ova metoda primjerena je za kompleksne geometrije koje se obuhvaćaju nestrukturiranim tetraedarskim mrežama (engl. *unstructured tetrahedral mesh*), a daje fizikalna rješenja i za grublje diskretizacijske mreže. Ove karakteristike čine metodu konačnih volumena najčešće primjenjenom u području računalne dinamike fluida te se koristi u većini programskih paketa za rješavanje problema strujanja, uključujući ANSYS Fluent koji je korišten u ovome radu.

### 3 Validacija postavki numeričke simulacije

Prije simulacije izabranog modela vozila provedena je validacija pristupa izradi mreže i numeričkom rješavanju za Ahmedovo referentno tijelo [8]. Ahmedovo tijelo referentni je model tupog tijela (engl. *bluff, blunt body*) koje se koristi za validaciju tehnika računalne dinamike fluida za primjenu u autoindustriji, a temelji se na eksperimentalnom istraživanju provedenom 1984. na *Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.* (DLR).

Ahmedovo tijelo primjereno je kao model za aerodinamiku vozila pošto kod njega skoro 85 % aerodinamičkog otpora otpada na otpor oblika (engl. *form drag, pressure drag*) dok varijabilni nagib stražnje površine omogućava postizanje određenih struktura strujanja tipičnih za trag vozila (engl. *wake*) poput protusmjerno rotirajućih vrtloga [9].

Dimenzije Ahmedovog tijela prikazuje Slika 7., na koju su ucrtana i dva rotirajuća vrtloga tipična za kut nagiba stražnje površine od  $25^\circ$ , što odgovara obliku stražnjeg kraja izabranog modela automobila (engl. *fastback*).

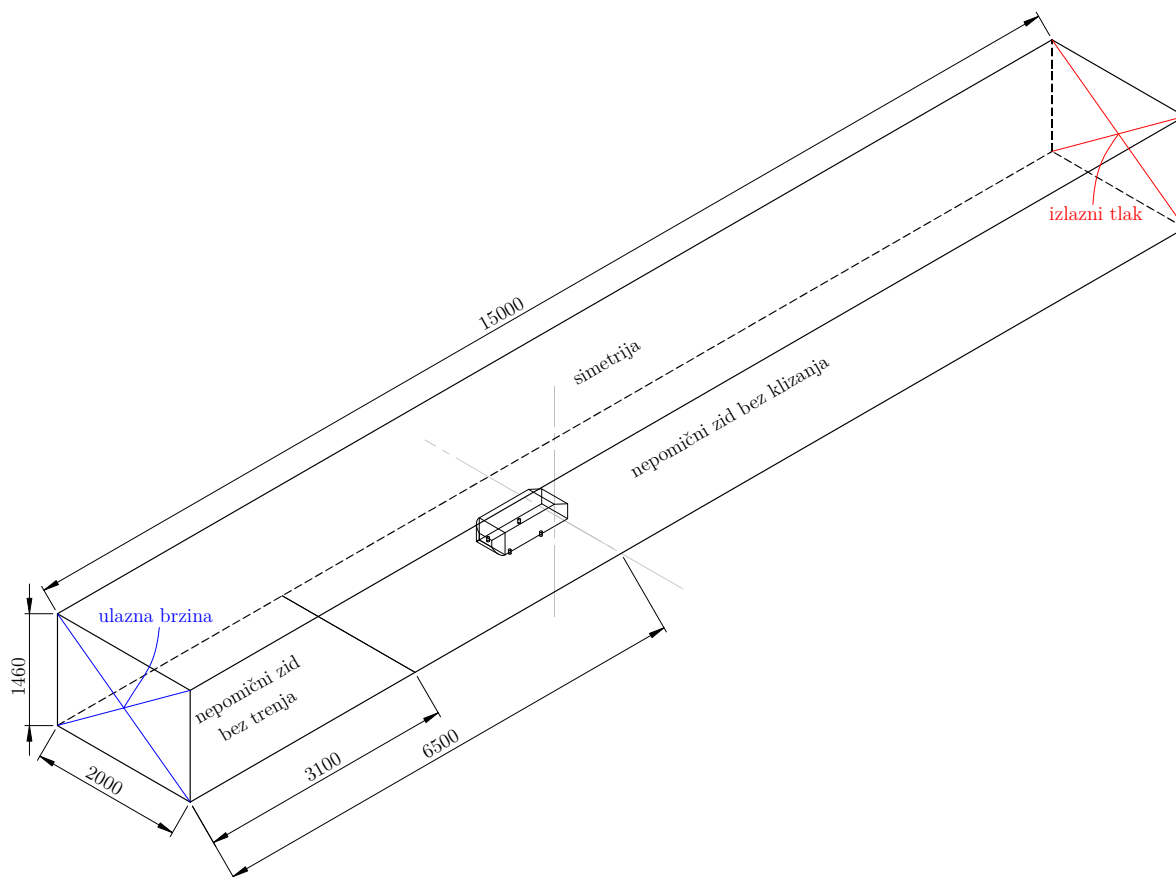


Slika 7. Ahmedovo referentno tijelo



Iako je S. R. Ahmed prvi radio eksperimente na ovom tijelu, validacija pristupa izvedena je prema novijoj Austrijskoj studiji iz 2010. godine [10], u kojoj su eksperimentalna mjerenja sila otpora i uzgona izvršena za Ahmedovo tijelo sa nagibima stražnje površine od  $25^\circ$  i  $35^\circ$ .

Mjerenja su izvršena u zračnom tunelu ISW-a (engl. *Institute of Fluid Mechanics and Heat Transfer*) u Grazu. Zračni tunel je *Göttingen* tipa sa  $\frac{3}{4}$  otvorenim presjekom ulaznih dimenzija 2 m x 1.46 m, te je dizajniran za svrhe aerodinamike cestovnih vozila i generalne namjene. Mjerenja su izvršena pri neporemećenoj brzini strujanja 40 m/s, što rezultira Reynoldsovim brojem od otprilike  $2,784 \cdot 10^6$ . Da bi se omogućila usporedba rezultata sa literaturom, opterećenja na stalcima Ahmedovog tijela izmjerena su prije aerodinamičkog ispitivanja i oduzeta od resultantnog opterećenja pri strujanju. Čeona površina Ahmedovog tijela iznosi  $A = 0,112 \text{ m}^2$ , što dovodi do smanjenja presjeka<sup>3</sup> (engl. *blockage ratio*) zračnog tunela od 3.8 %. Utjecaj smanjenja presjeka puno je izraženiji u zračnim tunnelima zatvorenog tipa, te ga autori u ovom slučaju nisu uzimali u obzir pri korekciji rezultata.



Slika 8. Dimenzije zračnog tunela i rubni uvjeti za simulaciju

<sup>3</sup> Smanjenje presjeka zračnog tunela je izraz koji opisuje pojavu u zračnom tunelu kada se u njega postavi tijelo na kojemu se vrši eksperiment, a koje smanjuje efektivni poprečni presjek tunela. Izraz za smanjenje presjeka glasi  $\beta = \left( A / A_{\text{tunela}} \right) \cdot 100, \%$ , gdje je  $A$  čeona površina ispitivanog tijela.

### 3.1 Pojednostavljena geometrija i domene računanja

Većina automobilskih geometrija na kojima se danas vrši numerička simulacija strujanja vrlo su blizu konačnom proizvodnom obliku vozila, tj. vrlo su detaljna u svim područjima. Tijekom numeričke analize uvode se određena pojednostavljena koja ovise o ciljevima simulacije. U većini ispitivanja u zračnim tunelima ne uzima se u obzir strujanje kroz samo vozilo (u prostoru ispod poklopca motora i/ili u prostoru za putnike), te se otvori za zrak u ove prostore blokiraju trakama – samim time ovakva pojednostavljena mogu se uvesti i u numeričku simulaciju strujanja. Također, u većini ispitivanja pod na kojem automobil stoji je nepomičan te zrak nastrujava na automobil svojom neporemećenom brzinom. Ovakav pristup dovoljno je dobar za ispitivanje cestovnih vozila koja imaju mnogo detalja u podvozju automobila (komponente ovjesa, kardanski prijenosi, crijeva, hladnjaci, profili šasije) koji uznemiravaju strujanje u podvozju te povećavaju otpor zraku koji tuda pokušava proći. Pošto zbog lokalnih obstrukcija dolazi do usporavanja strujanja, lokalnog vrtloženja i slično – izostaje lokalni pad dinamičkog tlaka koji inače prati ubrzano strujanje u suženim prostorima. U ovome pristupu postoji problem zadebljanja graničnog sloja uz pod zračnog tunela od ulaznog presjeka tunela prema samom vozilu zbog viskoznih efekata koji se na tom dijelu javljaju. Ovaj problem se u većini slučajeva rješava dodatnim sustavima za kontrolu debljine graničnog sloja ispred vozila, poput vakuumskih pumpi koje stvaraju podtlak u navedenom području čime smanjuju debljinu graničnog sloja.

Međutim, za primjer natjecateljskog vozila za koje tehnička pravila propisuju da između prednje i zadnje osovine ima ravnu podnicu, te iza zadnje osovine difuzor, ovakav pristup ne može dovoljno dobro simulirati *ground effect* koji se javlja između podnice vozila i ceste pri malim visinama oslanjanja, a koji doprinosi znatnom podtlaku koji se u tom području javlja. Za takve eksperimente postoje zračni tuneli sa pomičnim podom (engl. *rolling ground*) kojemu se brzina usklađuje sa brzinom neporemećenog strujanja zraka u zračnom tunelu.

Dobar dio ukupne sile otpora pri vožnji natjecateljskih automobila otpada na otpor unutarnjeg strujanja kroz motor i hladnjake, posebno ako se uzme u obzir da su baš kod natjecateljskih automobila ove komponente većih dimenzija nego njihovi ekvivalenti u cestovnim automobilima. Na žalost u ovom radu zbog ograničenih računalnih resursa ovi efekti nisu uzeti u obzir.

Pri numeričkoj simulaciji strujanja u zračnim tunelima sa  $\frac{3}{4}$  otvorenim presjekom, u kojima nakon ulazne mlaznice nema lijeve, desne i gornje stranice tunela, ovim ploham domene dodjeljuju se rubni uvjeti simetrije (zidovi bez smičnog naprezanja), dok se podu zračnog tunela dodjeljuje rubni uvjet zida bez klizanja. Ako se pokušavaju replicirati rezultati eksperimenta, tada dimenzije ulaznog i izlaznog presjeka u simulaciji moraju biti iste kao i one zračnog tunela. Na ulaznom presjeku dodjeljuje se rubni uvjet

ulazne brzine (engl. *velocity inlet*), dok se na izlaznom presjeku definira samo atmosferski tlak (engl. *pressure-outlet*). Kada pokušavamo simulirati strujanje oko vozila, odabir veličine poprečnog presjeka tunela trebao bi biti takav da smanjenje presjeka  $\beta$  ne bude veće od 1-1.5 %.

Uzdužne dimenzije domene strujanja moraju se izabrati dovoljno velikima da ne utječu na strujanje ispred i iza samog vozila, što znači otprilike 5-10 duljina vozila ispred samog vozila, te 10-15 duljina iza vozila. Naravno, ako se pokušavaju replicirati rezultati eksperimenta, tada duljine moraju odgovarati pozicijama ulaznog i izlaznog presjeka mlaznica zračnog tunela.

Pri numeričkoj analizi, u većini slučajeva za simetrična vozila dovoljno je računati samo sa polovicom vozila tj. koristeći uvjet simetrije, čime se štede resursi i vrijeme računanja. Pogreška pri ovoj pretpostavci ovisi o kompleksnosti strujanja iza vozila, ali za korištene pojednostavljene geometrije koje ne pokazuju veliku prisutnost interakcije strujanja iza vozila, ovaj pristup je odgovarajući.

Područje kontakta kotača vozila s cestom još je jedna prilika za pojednostavljenje. Oštar kut koji se tamo javlja izvor je jako izobličenih konačnih elemenata te se problem rješava dodavanjem materijala u obliku "klina" što rezultira kontaktom kotača i površine ceste pod pogodnijim kutem.

### 3.2 Karakteristike diskretizacijske mreže

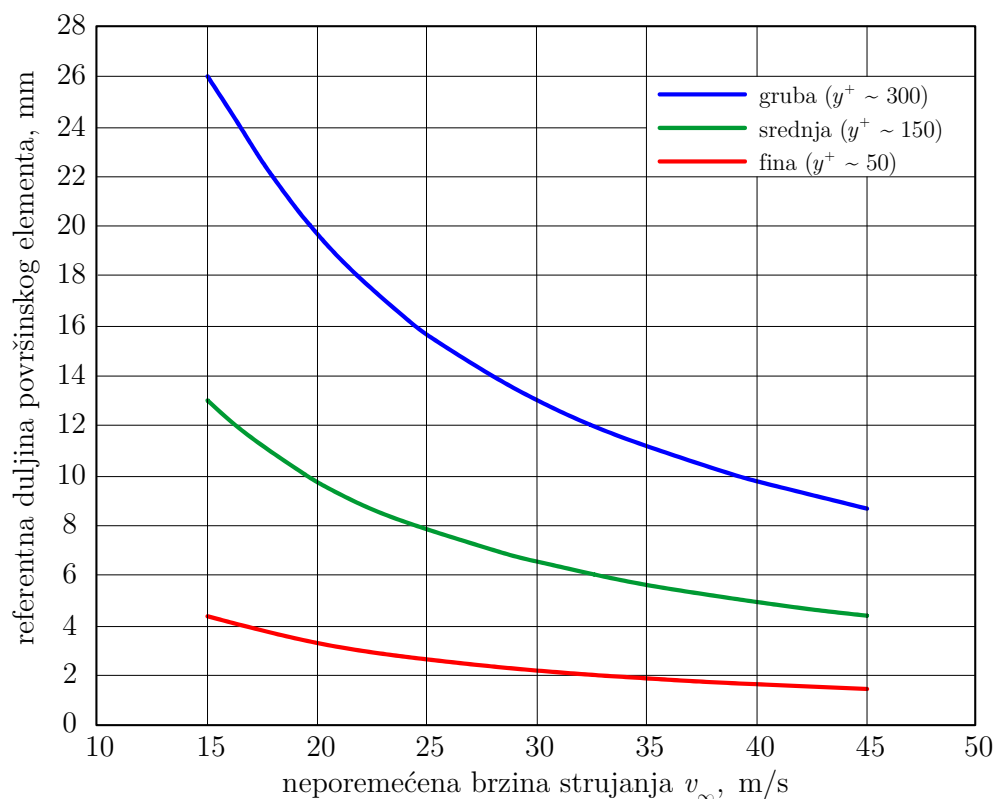
Za tupo tijelo približnog automobilskeg oblika, dominantan je otpor oblika (engl. *pressure* ili *form drag*) nad otporom trenja (engl. *skin friction*). Samim time točnost dobivenih sila otpora i uzgona uvelike ovisi o točnosti raspodjele statičkog tlaka po tijelu. Raspodjela statičkog tlaka pod velikim je utjecajem lokalnog odvajanja i ponovnog lijepljenja strujanja, te je važno da površinska mreža (engl. *surface mesh*) obuhvaća sve relevantne detalje geometrije i zadovoljava preduvjete fizikalnih modela korištenih u simulaciji.

Za strujanja s visokim Reynoldsovim brojem kao što su strujanja oko vozila, poznato je da rješavanje graničnog sloja uz stijenku uz pomoć mreže i posebnih modela turbulencije skroz do viskoznog podsloja nije praktično iz razloga što broj elemenata mreže postaje prevelik. Da bi se prevladali problemi tradicionalnih zidnih funkcija, Fluent nudi mogućnost korištenja takozvanih neravnotežnih zidnih funkcija - NZF (engl. *non-equilibrium wall functions*) koje su korištene u ovom radu. NZF su osjetljive na efekte gradijenata tlaka što je velika prednost u rješavanju problema aerodinamike cestovnih vozila. Uz to što su osjetljive na gradijente tlaka, NZF uzimaju u obzir efekte lokalne varijacije u debljini viskoznog podloja pri računanju kinetičke energije turbulencije u elementima blizu zida.

### 3.2.1 Izrada površinske mreže

Prvi korak u standardnom pristupu izradi mreže jest izabrati veličinu elemenata površinske mreže na temelju željene raspodjele bezdimenzijske udaljenosti  $y^+$  težišta prvog elementa od zida. Ova veličina potom će biti zadana na sve bridove automobila, da bi se dobila inicijalna površinska mreža.

ANSYS nudi grafičku metodu odabira inicijalne veličine elemenata površinske mreže na temelju ciljane brzine neporemećenog strujanja [11]. Metodu prikazuje Slika 9.



Slika 9. Metoda procjene duljine elemenata površinske mreže za ciljani  $y^+$

Odabir potrebnog stupnja razlučivosti mreže za simulaciju ovisi prije svega o dostupnim resursima za rješavanje. Odabir grube mreže rezultira konačnim brojem elemenata od 2 – 5 milijuna, srednja kvaliteta mreže sa otprilike 5 – 10 milijuna, dok fine mreže mogu završiti i sa daleko iznad 10 milijuna elemenata. Ukupan broj konačnih elemenata ovisi o kompleksnosti geometrije i izboru metoda za izradu prostorne mreže.

Iako ova metoda pomaže pri izboru početnih postavki mreže, čest je slučaj da se nakon rješavanja prve mreže u rješavaču (engl. *solver*) te analize  $y^+$  distribucije treba vratiti u aplikaciju za izradu mreže i promijeniti postavke.

Prvi korak pri izradi površinske mreže je primjena izabrane veličine elementa iz Slika 9. na bridove vozila i plohe za koje je točnost rezultata od velike važnosti. Ovisno o alatu korištenom pri izradi mreže, ovaj korak može uključivati pojednostavljenja

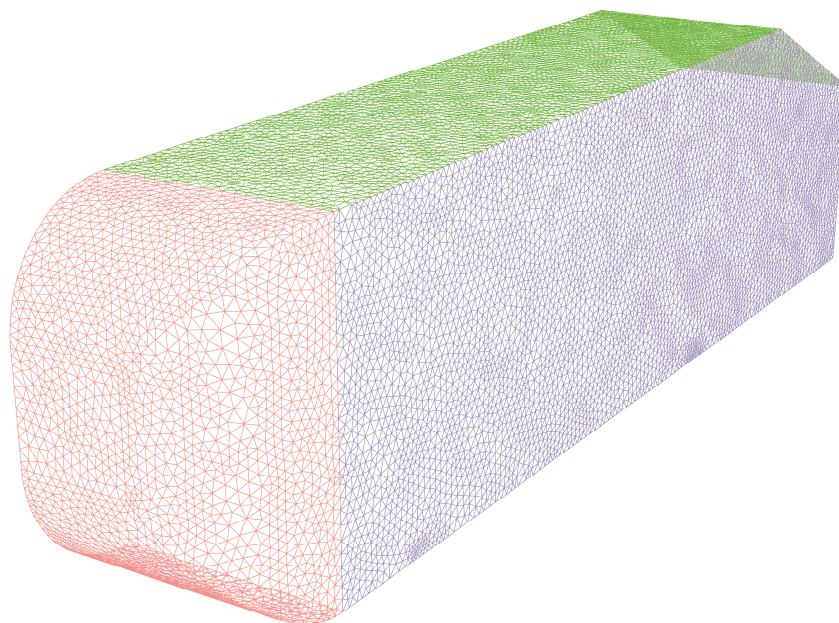
geometrija da bi izabrana veličina mreže mogla obuhvatiti spomenutu geometriju, ili progušćivanje tj. smanjivanje veličine elemenata da bi obuhvatili postojeću geometriju.

Da bi se izbjegla problematična područja poput uskih razmaka, oštih kuteva i sličnog, potrebno je kontrolirati kvalitetu mreže tijekom izrade. Programski paketi za izradu mreža u ANSYS obitelji koriste tzv. iskrivljenost mreže (engl. *skewness*) kao kriterij kvalitete. Kvalitetnom površinskom mrežom može se smatrati ona koja ima iskrivljenost manju od 0.6 (gdje je 1 maksimalna iskrivljenost, dok je 0 element idealnog oblika). Faktor rasta površinske mreže od elemenata najmanje veličine prema većima ne bi trebao prelaziti 1.2 tj. 20 %, što se postiže dostupnim funkcijama povećanja (engl. *sizing functions*) koje dopuštaju zadavanje određenog faktora rasta, automatskog progušćivanja mreže u područjima velike zakrivljenosti ili između bliskih stijenki.

Konačna površinska mreža treba se sastojati od elemenata visoke kvalitete koji dobro opisuju sve zakrivljenosti i geometrijske detalje, dok se relativno ravne površine mogu sastojati od primjereno većih elemenata.

Za izradu površinske mreže korišten je ANSYS ICEM CFD softverski paket. Postupak izrade površinske mreže sastojao se iz nekoliko koraka:

- zadavanje ciljane veličine elemenata po površinama vozila i zračnog tunela,
- izrada početne nestrukturirane prostorne tetraedarske mreže,
- uklanjanje prostornih tetraedarskih elemenata što rezultira trokutnom površinskom mrežom,
- glačanje (engl. *smoothing*) preostalih površinskih trokutnih elemenata mreže Laplace metodom do željene kvalitete,
- ručni popravak preostalih elemenata niske kvalitete,
- zapis površinske mreže za daljnju izradu prostorne mreže u TGrid-u.



Slika 10. Površinska mreža Ahmedovog tijela izrađena od elemenata ciljane veličine 8 mm

### 3.2.2 Izrada prostorne mreže

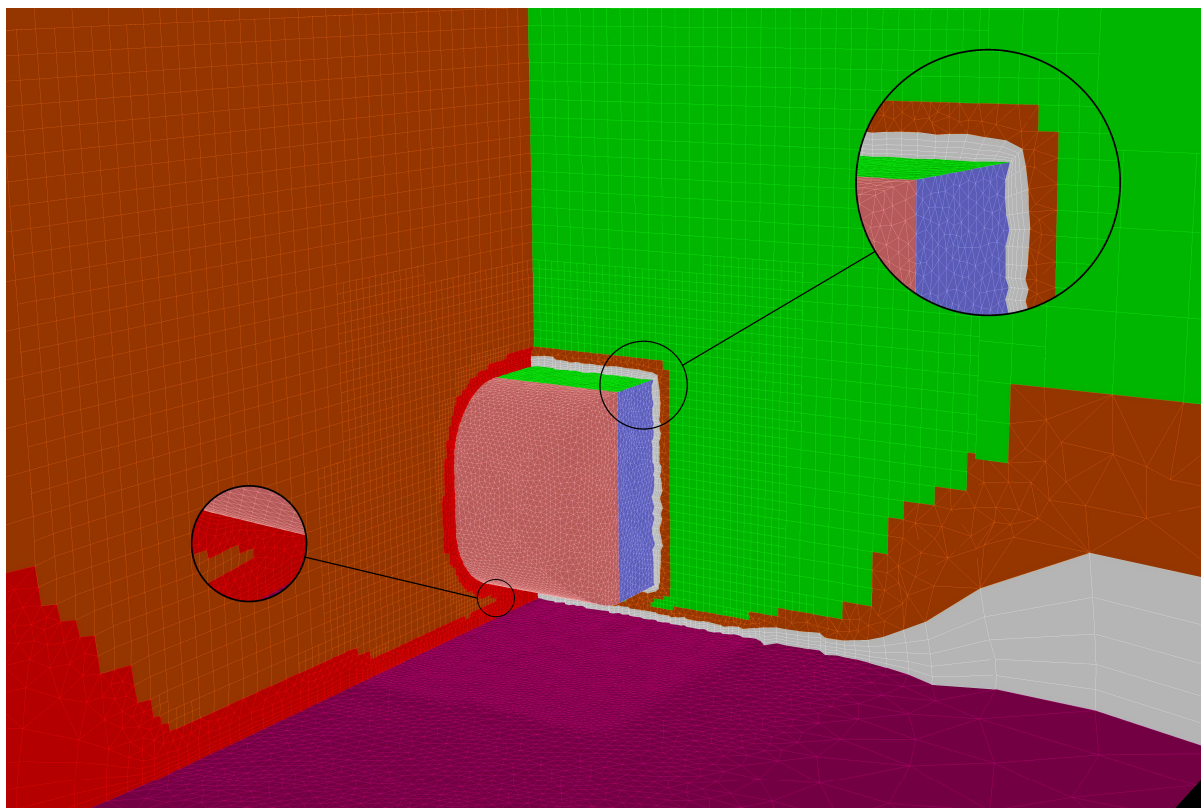
Izrada prostorne mreže izvođena je hibridnim pristupom u softverskom paketu ANSYS TGrid. Pristup se sastoji od dva koraka:

- sa površina domene koje će pri simulaciji predstavljati čvrste nepropusne stijenke ekstrudiraju se trokutni prizmatiski elementi,
- popunjavanje ostatka domene tetraedarskim i heksaedarskim elementima.

Slojeviti prizmatiski elementi geometrijski se poklapaju sa smjerom strujanja uz stijenke što je povoljno sa stajališta smanjivanja numeričke difuzije, posebno ako se uzme u obzir da se ovi elementi nalaze u području dominiranom viskoznim efektima.

ANSYS preporuča korištenje metode ekstrudiranja prizmatiskih elemenata na temelju omjera veličine površinskog elementa iz kojeg se proces ekstrudiranja izvodi (engl. *first aspect ratio*). Preporučeni omjer veličine je pet, što znači da će visina prvog prizmatiskog elementa biti jedna petina srednje veličine površinskog elementa iznad kojeg se nalazi. Nadalje, preporučeno je ekstrudirati pet slojeva prizmi sa geometrijskim faktorom rasta od 1.2 tj. 20 % nakon što je ekstrudiran prvi element.

Ovaj pristup osigurava blagi volumni prijelaz između zadnjeg prizmatiskog elementa i prvog tetraedra koji se stvara nakon njega. Kada bi razlika u veličini zadnjeg prizmatiskog i prvog tetraedarskog elementa bila prevelika, numerička difuzija između tih elemenata bila bi neprihvatljivo velika.

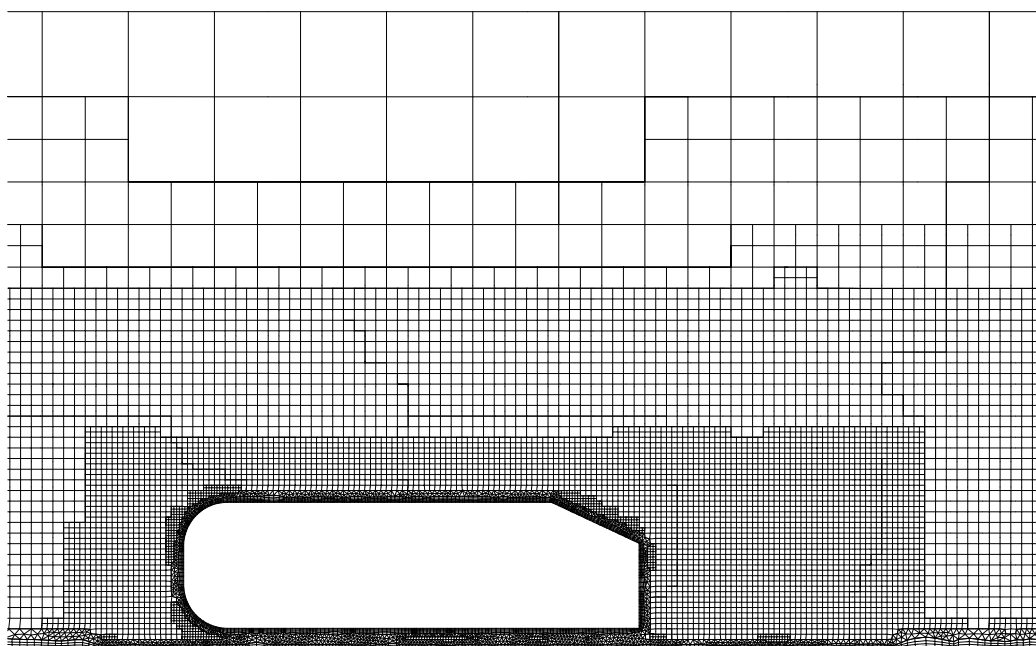


Slika 11. Presjek prostorne mreže korištene pri numeričkoj simulaciji Ahmedovog tijela

TGrid nudi hibridni pristup izradi mreže pod imenom *hexacore*, koji se temelji na popunjavanju računalne domene sa nekonformalnim kartezijskim heksaedarskim elementima. Ako su rubovi domene ravne plohe, TGrid ima mogućnost rasta ovih elemenata do granica domene te zamjene postojeće trokutne površinske mreže koja se tamo nalazi. Ova metoda vrlo je korisna za namjene gdje se koriste velike vanjske ili unutarnje domene proračuna, pošto smanjuje broj potrebnih elemenata čak i do 70 %. Razlog ovome je što se relativno nekvalitetni tetraedarski elementi zamjenjuju idealnim heksaedrima koji bolje opisuju strujanje, posebno ako je to strujanje paralelno sa smjerom protezanja elemenata što je slučaj u auto i avioindustriji.

Dok ICEM CFD također nudi izradu heksaedarskih mreža, njegov pristup temelji se na potpuno strukturiranoj konformalnoj mreži koja se sastoji samo od heksaedara, te zahtjeva poseban pristup pri podjeli geometrije u blokove (engl. *blocking scheme*) kojime osigurava da elementi uz stijenke tijela budu paralelni sa smjerom strujanja. Ova metoda na kraju rezultira najkvalitetnijim i najekonomičnijim mrežama, ali proces izrade jedne mreže traje nekoliko dana – ovisno o kompleksnosti geometrije. U drugu ruku, TGrid dopušta izradu hexacore mreže iz potpuno nestrukturirane površinske trokutne mreže koju je jednostavno postići za čak i najkompliciranije geometrije, te nakon što su odabrane inicijalne postavke, proces izrade mreže u kombinaciji ICEM CFD + TGrid traje svega nekoliko minuta.

TGrid također nudi mogućnost lokalnog progušćivanja hexacore mreže, što je korišteno na dva načina. Prvo progušćivanje obuhvaća cijelo vozilo i to do pola njegove duljine ispred čelone površine, jednu visinu iznad vozila te dvije duljine iza vozila. Drugo progušćivanje ima za još jedan korak (četiri puta) manje elemente i nalazi se bliže vozilu te se proteže u njegov trag kao područje znatnog interesa.



Slika 12. Lokalna progušćenja mreže za simulaciju Ahmedovog tijela



### 3.3 Rezultati simulacije Ahmedovog tijela

Činjenica da ANSYS preporuča da se pri izradi prizmatiskog sloja uz samo tijelo koristi metoda temeljena na omjeru veličine početnog trokuta, znači da ako se želi prepoloviti vrijednost  $y^+$  treba se prepoloviti veličina trokutnog elementa površinske mreže, što stvara vrlo velik broj elemenata sa pokušajem postizanja bolje  $y^+$  distribucije.

Pomaže to što je Ahmedovo tijelo relativno jednostavne geometrije, te je na njemu u opsegu ovog rada testirano više vrsta mreža, uključujući i one koje direktno rješavaju granični sloj zida. Dio testiranih slučajeva prikazuje Tablica 2., zajedno sa dobivenim vrijednostima koeficijenata otpora i uzgona, kao i crveno označene rezultate eksperimenta prema [10].

Tablica 2. Rezultati eksperimenta i simulacije Ahmedovog tijela

#	$n$ , mil.	Zid	$l$ , mm	$y^+$	Prizme	$C_D$	$C_L$	% smika	$\Delta C_D$ , %	$\Delta C_L$ , %
0						<b>0,299</b>	<b>0,345</b>		-	-
1	1,111	NWF	8	150	5/5/1.2	0,298	0,364	15,9	+1,67	+5,51
2	2,981	NWF	4	50	5/5/1.2	0,291	0,375	17,1	-2,67	+8,70
3	1,373	NWF	8	50	10/9/1.2	0,300	0,377	16,8	+0,33	+9,28
4	2,545	EWf	8	1	240/26/1.2	0,312	0,392	16,7	+4,35	+13,62

Pri simulaciji korišten je *ostvarivi*  $k - \varepsilon$  model turbulencije (engl. *realizable*  $k - \varepsilon$ ) po preporuci prema [11]. Ovaj model turbulencije razvijen je u svrhu ispravka poznatih manjaka tradicionalnih  $k - \varepsilon$  modela i to uz pomoć:

- nove formulacije turbulentne viskoznosti uz pomoć  $C_\mu$  koji sada više nije

konstanta nego se računa iz izraza  $C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}}$  gdje je

$$U^* = \sqrt{\left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right]^2 + \tilde{\Omega}_{ij}^2}, \text{ dok je } \tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk} \omega_k \text{ pri čemu } \Omega$$

predstavlja srednju vrijednost tenzora brzine rotacije kutnom brzinom  $\omega_k$ ,

- nove transportne jednadžbe za disipaciju kinetičke energije  $\varepsilon$  temeljene na točnoj transportnoj jednadžbi srednje oscilacije vrtložnosti, koja glasi

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{\varepsilon}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j \bar{\varepsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] + \frac{\bar{\varepsilon}}{k} C_1 - C_2 \rho \frac{\bar{\varepsilon}^2}{\bar{k} + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_1 \rho \bar{\varepsilon}$$

Važno je napomenuti da ostali  $k - \varepsilon$  modeli imaju u izrazu za ponor singularitet zbog pozicije  $k$  u nazivniku izraza, čime izraz može nestati ako  $k$  poprimi vrijednost manju od nule. Ostvarivi  $k - \varepsilon$  model daje fizikalno moguća rješenja, a validiran je na



velikom broju raznih strujanja te je zaključeno da daje primjetno bolje rezultate od standardnog i RNG  $k - \varepsilon$  modela.

Za tretman zida pri direktnom rješavanju (Slučaj 4.) ovog područja, korišten je preporučeni tretman zida za takav pristup – poboljšane zidne funkcije (engl. *enhanced wall functions* - *EWf*) koje su preporučene za mreže sa  $y^+ \leq 5$ , a što u Tablica 2. prikazuje stupac "Zid". Stupac "Prizme" u Tablica 2. navodi redoslijedom omjer visine prve prizme u odnosu na površinski trokutni element, broj slojeva prizmi te geometrijski faktor rasta. Srednja veličina površinskog trokutnog elementa dana je stupcem  $l$ .

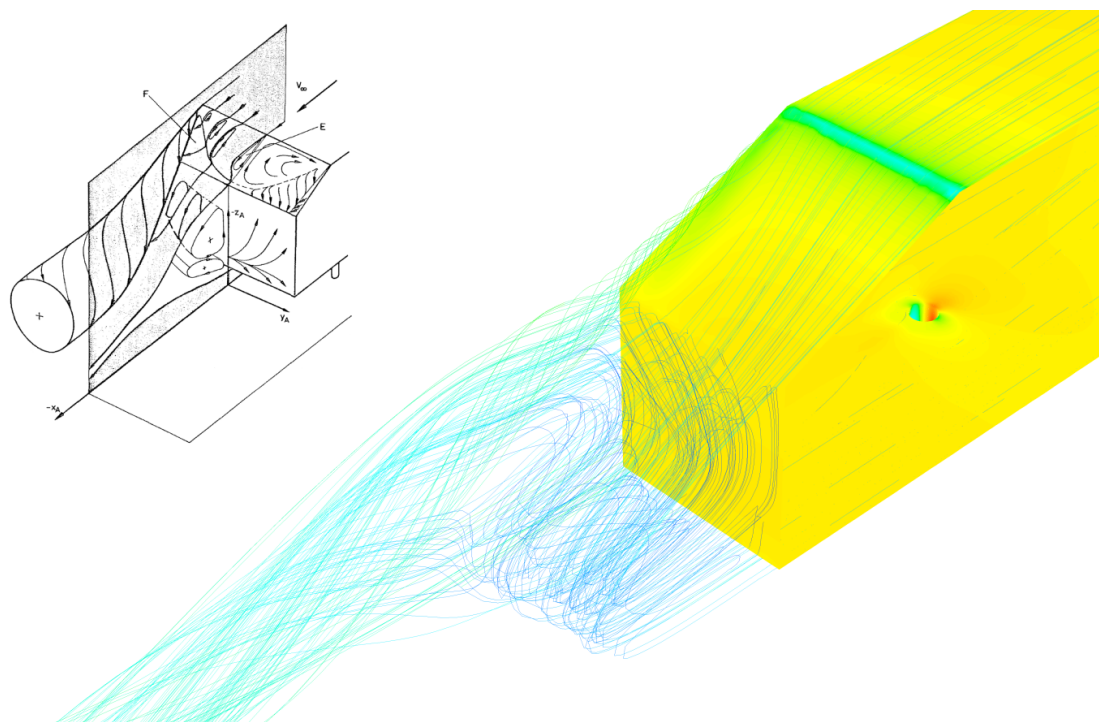
Zbog kvalitete samog hexacore pristupa, izostaje veliko odstupanje rezultata čak i za početnu mrežu (Slučaj 1.), koja prema kriteriju  $y^+$  pripada mrežama srednje kvalitete.

Preporučeni pristup dobivanja željene  $y^+$  distribucije uvelike je povećao broj elemenata u Slučaju 2., u kojemu je površinska trokutna mreža izrađena od elemenata srednje duljine 4 mm. Prema preporuci, iz svakog od ovih elemenata ekstrudirano je pet slojeva prizmi sa istim omjerom i faktorom rasta što je i dovelo do znatnog povećanja broja elemenata. Postavilo se pitanje, ako se prepolovi veličina temeljnog trokuta, te samim time i visina sloja prizmi – da li će nova (prepolovljena) ukupna visina prizmatskog sloja sada ograničavati razvoj strujanja u tome području. U svrhu provjere ovog pitanja, simuliran je još jedan slučaj sa osam slojeva prizmi u graničnom sloju, za veličinu temeljnog trokuta od 4 mm, što je ukupnu visinu sloja prizmi dovelo na razinu one za duplo veći temeljni trokutni element. Razlika u rezultatima pojavljuje se tek u četvrtoj decimali, dok polje brzine u ravnini simetrije nije poprimilo nikakve razlike, te je zaključeno da preporuka omjera, broja slojeva i faktora rasta prizmi nastavlja vrijediti i sa smanjivanjem visine sloja prizmi.

Iako ANSYS preporučuje određivanje veličine elemenata uz pomoć željene  $y^+$  distribucije, uz napomenu da sve zakrivljenosti i detalji moraju biti dobro obuhvaćeni mrežom, ova preporuka rezultira izrazitim povećanjem broja elemenata čak i na relativno jednostavnim geometrijskim oblicima kao što je vjetrobransko staklo automobila ili poklopac motora. Iz ovog razloga napravljena je provjera Slučajem 3., u kojemu je zadržana veličina površinskih trokutnih elemenata koji više nego zadovoljavajuće opisuju svu geometriju (Slika 10.), te je  $y^+$  distribucija karakteristična za finu mrežu ( $y^+ \sim 50$ ) postignuta povećavanjem omjera visine prve prizme sa pet na deset, što dovodi do prepolavljanja visine prve prizme za istu veličinu temeljnog trokutnog elementa. Da bi se osigurao već spomenuti blagi volumni gradijent pri prijelazu sa zadnje prizme na prvi tetraedarski element, broj slojeva prizmi povećan je na devet što rezultira jednakom ukupnom visinom sloja te jednakim omjerom zadnjeg prizmatskog elementa kao što je on bio pri korištenju preporučenih postavki za pet slojeva prizmi. Ovaj pristup povećava broj elemenata za ~23 %, što je mnogo

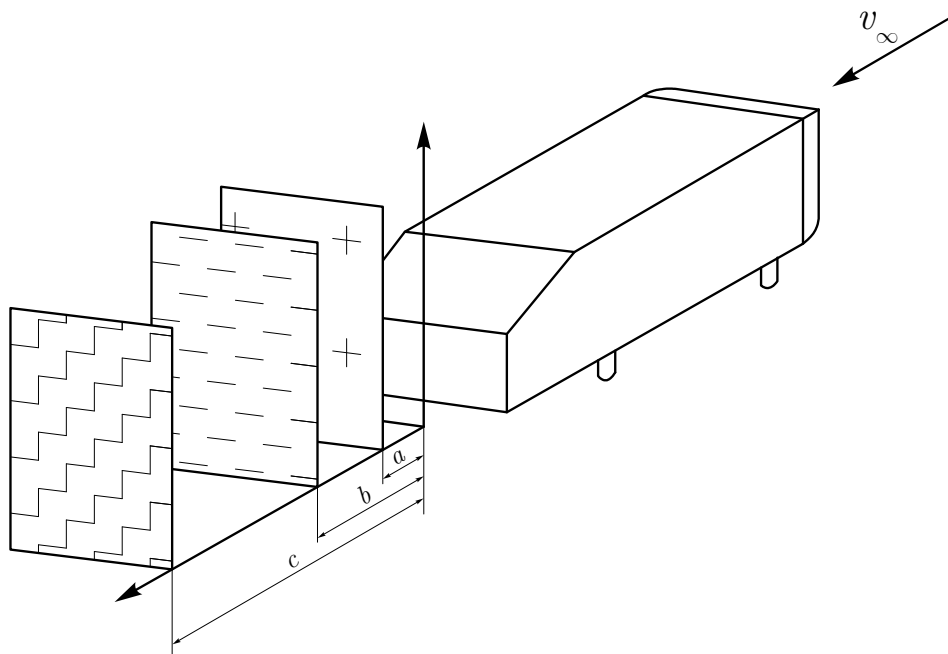
prihvatljivije u pogledu računalnih resursa nego preporučeni pristup koji povećava broj elemenata za ~270 %. Rezultati ovog slučaja pokazuju da se koeficijenti otpora i uzgona ne mijenjaju znatno u odnosu na Slučaj 2., te za ovakvu vrstu ispitivanja dapače, daju rezultate bliže eksperimentu. Postotak sile otpora koja otpada na trenje tj. smičnu silu na površinama tijela (stupac "% smika" Tablica 2.), također se ne mijenja znatno kroz navedene slučajeve, te je ispravno zaključiti da korištenje zidnih funkcija ne narušava valjanost rješenja, dok istovremeno smanjuje potrebne resurse i vrijeme rješavanja.

Valjanost rezultata simulacije potvrđena je i usporedbom struktura strujanja u tragu vozila. Slika 13. prikazuje već spomenuti rotirajući vrtlog koji se odvaja sa vanjskog ruba pregiba zadnje stranice tijela, te dva protusmjerna vrtloga koji se nalaze ispod njega zajedno sa shematskim prikazom prema [8]. Na Slici 14., tijelo je obojano o konture bezdimenzijskog koeficijenta tlak  $C_p$ , dok su strujnice u bojama brzine strujanja. Plava boja na rubu pregiba ukazuje na činjenicu da zrak u tom području naglo ubrzava te  $C_p$  poprima negativnu vrijednost.

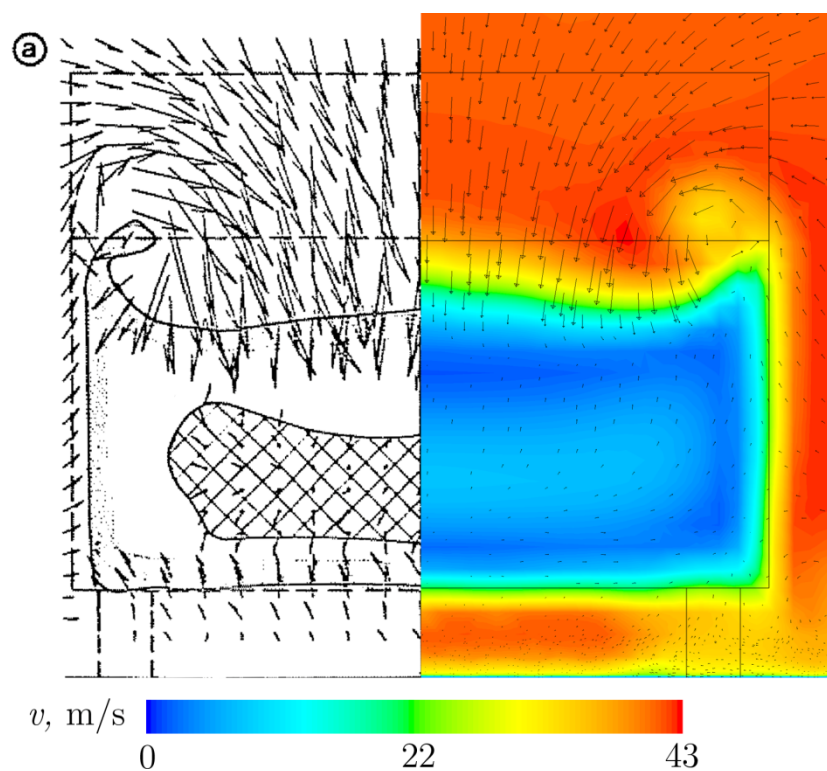


Slika 13. Shematski i simulirani prikaz struktura toka u tragu vozila

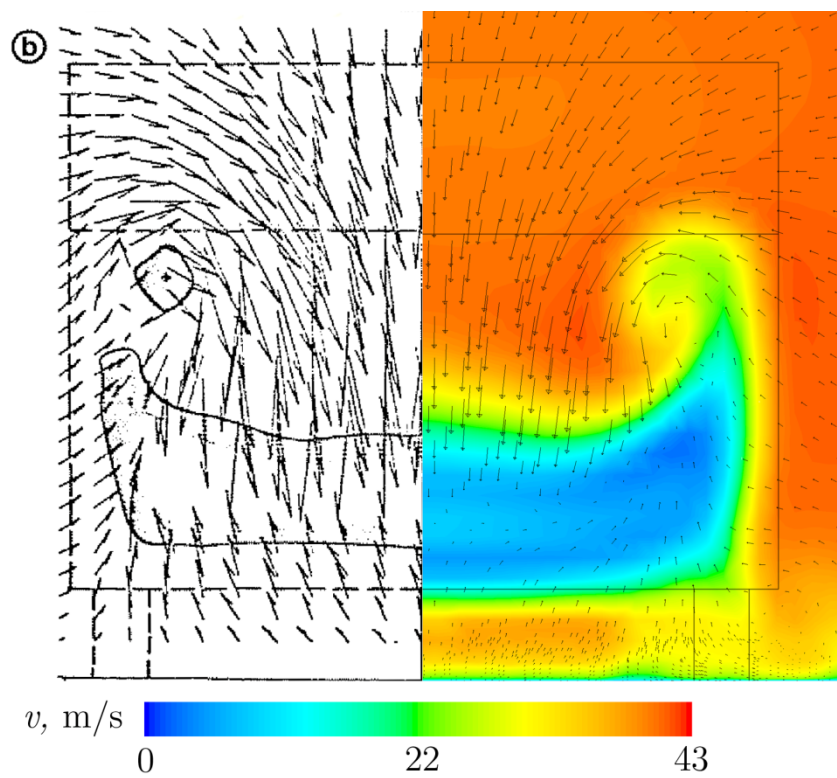
Autori u [8] daju i set eksperimentalnih mjerenja brzine u tri ravnine iza samog vozila, koje su uspoređene sa dobivenim rezultatima simulacije te je uočeno izvrsno slaganje eksperimenta i simulacije. Pozicije ovih ravnina prikazane su na Slici 15., dok su konture i vektori brzine strujanja u navedenim ravninama prikazani Slikama 15. – 17.



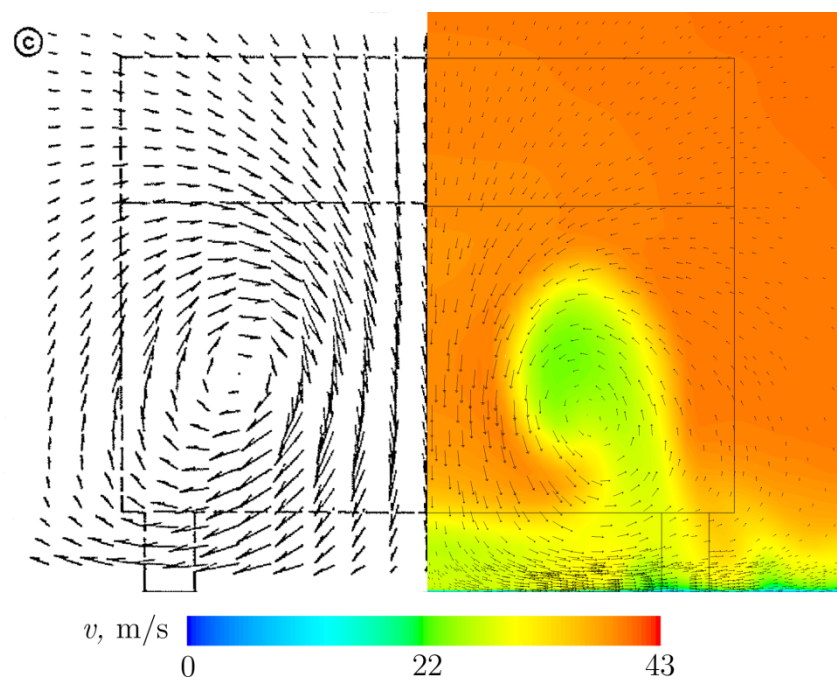
Slika 14. Pozicije ravnina a, b i c u tragu vozila



Slika 15. Konture i vektori brzine strujanja za eksperiment (lijevo) i simulaciju (desno) na mjestu  $a = 0,077$  m



Slika 16. Konture i vektori brzine strujanja za eksperiment (lijevo) i simulaciju (desno) na mjestu  $b = 0,192 \text{ m}$



Slika 17. Konture i vektori brzine strujanja za eksperiment (lijevo) i simulaciju (desno) na mjestu  $c = 0,479 \text{ m}$

## 4 Numerička simulacija opstrujavanja vozila

### 4.1 Geometrija modela i uvod u problematiku simulacije

Simulacija je provedena za model vozila XR GTR (XRR) iz računalne simulacije vožnje LiveForSpeed<sup>4</sup> (LFS), koji spada u GT klasu natjecateljskih automobila, a prikazan je na sljedećoj slici.



Slika 18. XR GTR automobil korišten za simulaciju strujanja

Svrha numeričke simulacije strujanja jest kasnija implementacija pronađenih rezultata u program simulacije vožnje. Trenutni, pojednostavljeni model aerodinamike u LFS-u pretpostavlja konstantnu i jednaku vrijednost koeficijenata otpora i uzgona za sva tri automobila GT klase iako su oni vrlo različitih oblika, te ovi koeficijenti nikako ne ovise o dinamičkoj prirodi same vožnje. Daljnji napor biti će usmjeren na simulaciju sva tri modela vozila u njihovim punim konfiguracijama, bez pojednostavljenja primjenjenih u ovom radu. Samim time, priroda ovoga rada je *komparativna* – iako unešena pojednostavljenja znače odstupanje pronađenih vrijednosti od onih stvarnih, odstupanja će biti jednaka za sve simulirane modele te će time rezultati biti usporedivi.

---

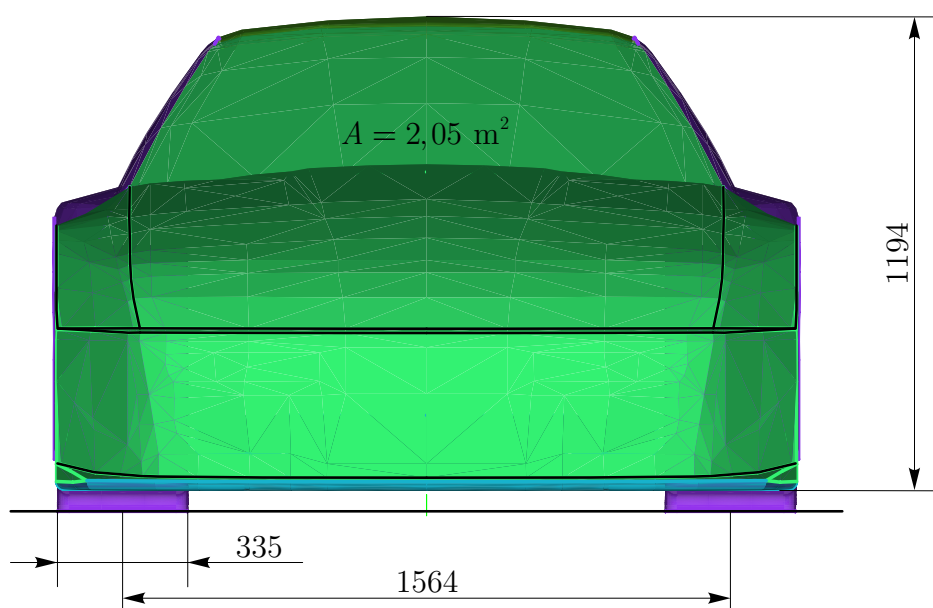
<sup>4</sup> LiveForSpeed je mrežna simulacija trkaće vožnje razvijena u Velikoj Britaniji od strane tročlanog tima. Cilj simulacije je da pruži vozačima realistično natjecateljsko iskustvo u mrežnoj igri, uz jedan od najnaprednijih modela dinamike vozila. ([www.lfs.net](http://www.lfs.net))

Prije implementacije pronađenih vrijednosti i zavisnosti u samu simulaciju vožnje, na sve rezultate biti će primjenjeni korekcijski faktori kojima će se oni približiti realnim vrijednostima dostupnima u literaturi za vozila istog tipa.

Prvi problem pri simulaciji strujanja na tzv. *game model* geometriji jest niska kvaliteta početne geometrije. Za svrhe računalne grafike, modeli se sastoje od poligona te su optimizirani za što bolje grafičke performanse, što znači relativno nizak broj poligona te određenu "grbavost" geometrije koja se potom umjetno uglačava za kvalitetniji prikaz. Nadalje, na mjestima koja u simulaciji vožnje nisu vidljiva, poput unutrašnjosti blatobrana kotača dolazi do prodiranja geometrije kotača kroz geometriju tijela vozila. Iako ova pojava na nikoji način ne smeta samoj simulaciji vožnje koja računa sa vrijednostima u točkama, a samo prikazuje kretanje tijela vozila kao takvog, u simulaciji strujanja fluida ovakvi geometrijski nedostaci znače mjesta pojave velikih problema pri izradi diskretizacijske mreže i same simulacije strujanja.

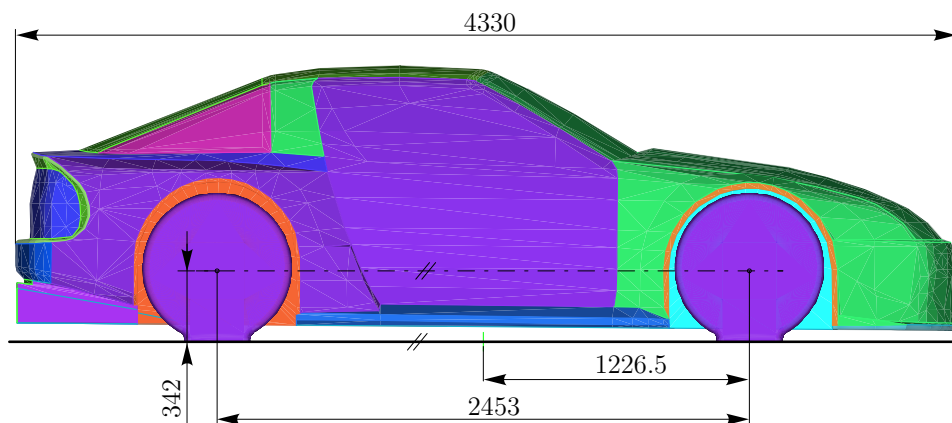
Iz navedenih razloga, uvedena su određena poboljšanja i promjene geometrije vozila u svrhu omogućavanja kvalitetnije računalne simulacije strujanja. Međutim, komparativna priroda pristupa simulaciji ovom, a i budućim modelima, nalaže da originalne geometrije moraju što je više moguće ostati netaknutima, što znači da geometrijske karakteristike vozila nisu na niti jedan način optimizirane u svrhu poboljšanja koeficijenata otpora i uzgona. Sva poboljšanja isključivo su uvedena da bi uopće omogućila i/ili olakšala simulaciju strujanja.

Dimenzije modela koje su bile od interesa za simulaciju strujanja, kao i spomenuta pojednostavljenja geometrije, prikazuju sljedeće slike.

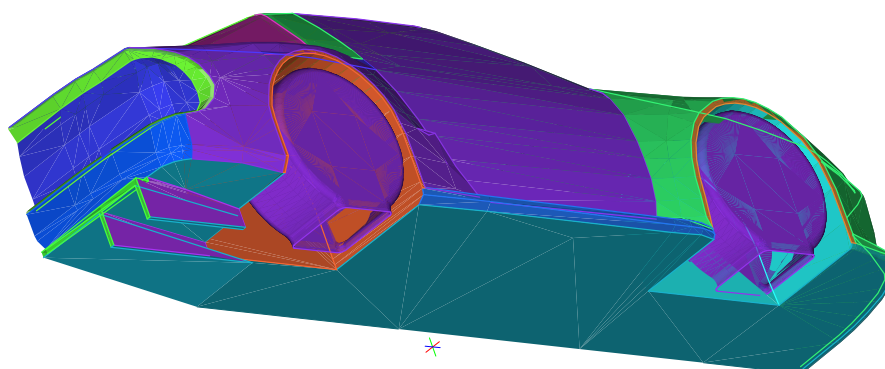


Slika 19. Nacrti pogled XRR modela vozila s dimenzijama traga kotača te širine gume





Slika 20. Bokocrtni pogled XRR modela vozila s osovinskim razmakom i visinom centra osovine



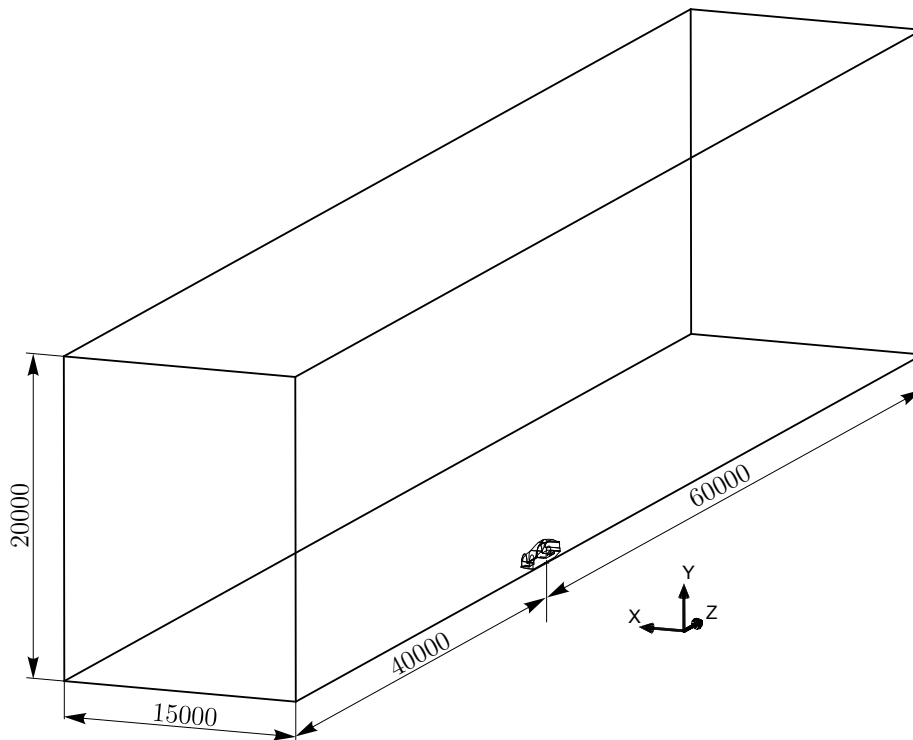
Slika 21. Pogled na ravnu podnicu sa difuzorom XRR modela vozila

Sa modela je uklonjeno krilo zbog dodatnih zahtjeva koje bi takva simulacija imala na resurse i vrijeme rješavanja, a i primarni interes bio je pronalazak zavisnosti sila uzgona i otpora koje nastaju u području podnice vozila. Naravno, postavljanjem zadnjeg krila na vozilo, čak i na vozilo GT klase, donja površina spomenutog krila stvara relativno velik podtlak koji bi tada povlačio još više zraka iz difuzora a samim time i iz podnice automobila. Ovaj efekt povećava negativni uzgon (*downforce*) podnice vozila za ~13 %, što je izračunato naknadnom simulacijom pune geometrije vozila.

Visina oslanjanja prednjeg i zadnjeg kraja vozila mjerena je vertikalno ispod osi rotacije prednjeg i zadnjeg kotača, pošto je na tom mjestu i podesiva na elementima ovjesa. Moguće je, dakle, da udaljenost prednjeg brida vozila od gornjeg ruba ceste bude manja od minimalne visine oslanjanja (60 mm), dok isto vrijedi i za stražnji kraj vozila. Visina oslanjanja poprimala je vrijednosti između minimuma i maksimuma postizivog u samoj simulaciji vožnje (60 – 140 mm) u koraku od 20 mm, što rezultira sa 25 ispitivanih položaja geometrije vozila u odnosu na cestu. Iako se pri odabiru postavki ovjesa obično koriste vrijednosti između 70 i 90 mm, to ne isključuje mogućnost da za vrijeme vožnje položaj automobila u odnosu na cestu ne poprimi jedan od navedenih ekstrema. Iz ovog razloga bilo je potrebno simulirati sve situacije koje se realno mogu očekivati, ili koje korisnik može pokušati postići u svrhu istraživanja graničnih karakteristika u simulaciji vožnje.

## 4.2 Postavke računalne simulacije

Prema preporukama iznesenim u 3.1 odabrana je simetrična domena strujanja dimenzija prema Slika 22.



Slika 22. Dimenzije simetrične domene strujanja s položajem i orijentacijom modela

Dimenzije domene prema preporukama iz [9],[11] više nego osiguravaju da zidovi domene neće imati utjecaja na rezultate simulacije, te test konvergencije veličine domene pri kojoj veličina relativne promjene rezultata pada ispod 2 % nije izvođen.

Ulaznom presjeku domene dodijeljen je rubni uvjet ulazne brzine sa 40 m/s u pozitivnom smjeru osi  $z$ . Izlazni presjek modeliran je kao tlačni izlaz pri atmosferskom tlaku, dok su ostalim zidovima domene dodijeljeni rubni uvjeti simetrije. Zidu koji predstavlja cestu dodijeljen je rubni uvjet pokretnog zida i to translatornim gibanjem u smjeru pozitivne osi  $z$  brzinom 40 m/s.

Kotačima vozila dodijeljeni su rubni uvjeti rotacijskog zida sa središtem u koordinatama  $(0, 0.342, \pm 1.2265)$  gdje je pozitivna vrijednost osi  $z$  dodijeljena zadnjem kotaču, a negativna prednjem. Kotači rotiraju pozitivnom kutnom brzinom od 18,615 rad/s oko negativnog smjera osi  $x$ . Brzina rotacije slijedi iz izraza

$$\omega_k = \frac{v_\infty}{2r_k \pi} = \frac{40}{2 \cdot 0.342 \cdot \pi} = 18,615 \text{ s}^{-1}. \quad (4.1)$$

Korišten je već spomenuti *ostvarivi*  $k - \varepsilon$  model turbulencije sa neravnotežnim zidnim funkcijama, dok je za rješavanje korišten nesegregirani rješavač temeljen na tlaku



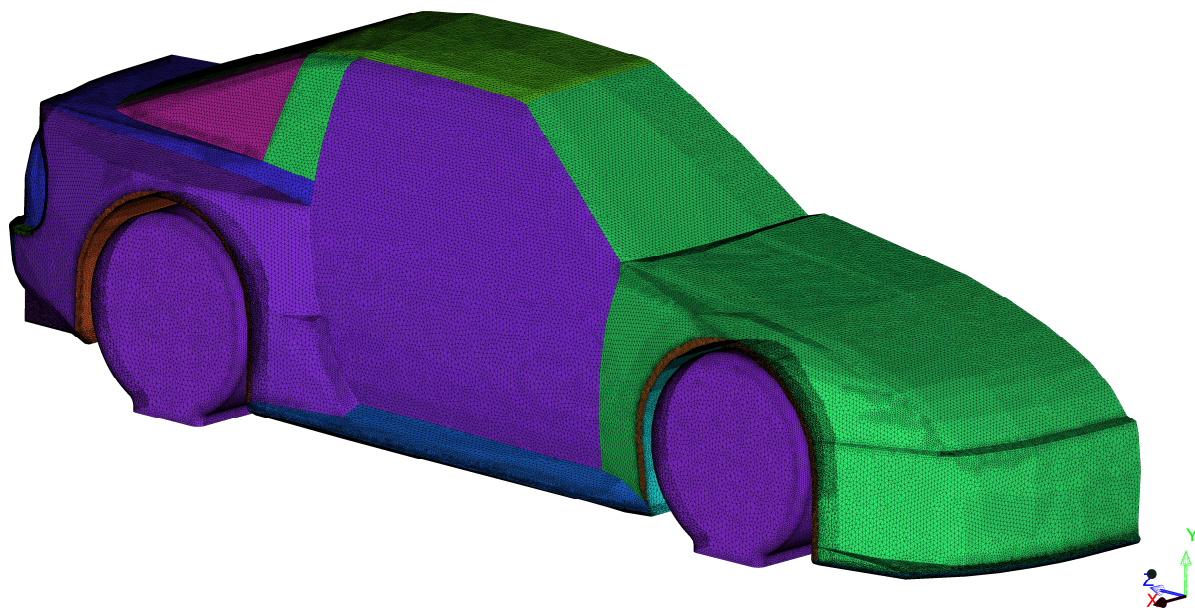
jednostruke točnosti (engl. *pressure-based coupled solver*). Ovaj solver koristi 1,5 – 2 puta više radne memorije pri rješavanju problema te svaka iteracije traje nešto dulje, ali je vrijeme rješavanja za red veličine kraće od segregiranog rješavača pošto je konvergencija znatno brža, a samim time je manji i potreban broj iteracija. Kao primjer može se navesti da je segregirani rješavač sa SIMPLE algoritmom konvergirao na željenu točnost tek nakon više od 4000 iteracija te je vrijeme rješavanja iznosilo ~24 sata, dok je neselegiranim solveru u prosjeku bilo dovoljno 600 iteracija u trajanju od ~7 sati.

### 4.3 Diskretizacijska mreža za simetrični XRR model

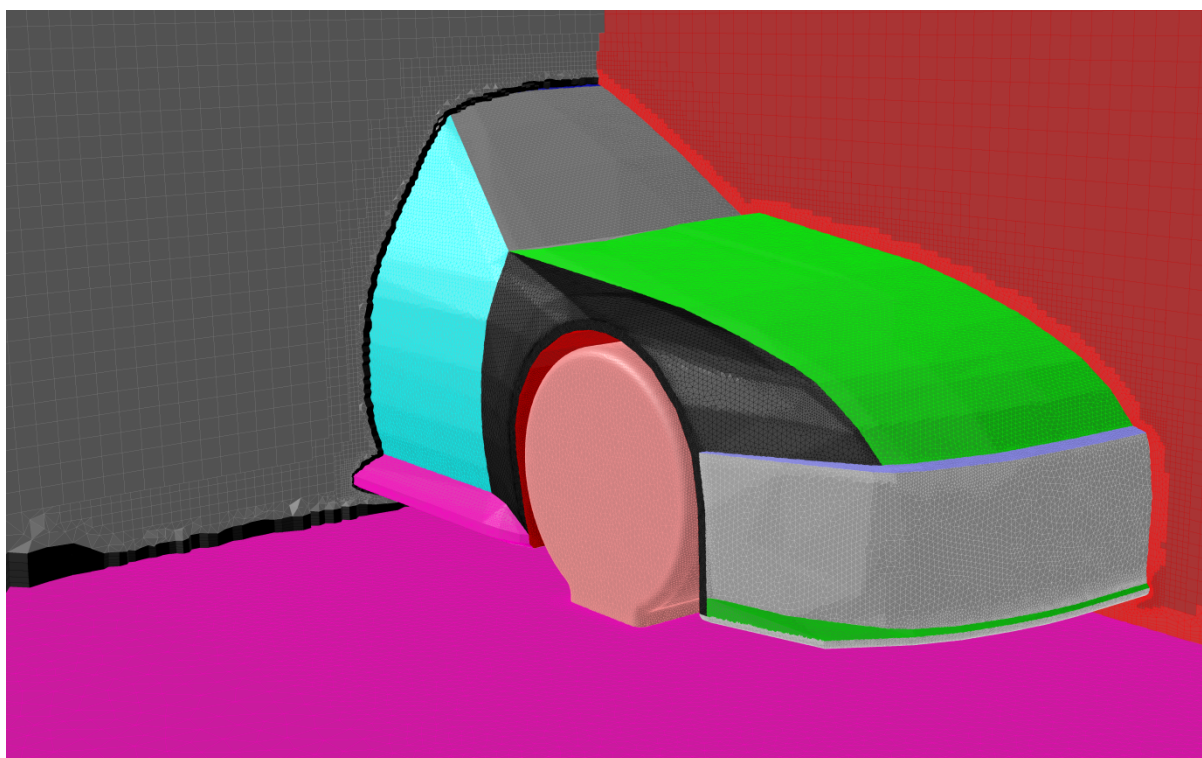
Zbog kompleksnosti geometrije nije u svim područjima bilo moguće ekstrudirati devet slojeva prizmi. Ovdje se misli na pojavu preklapanja vanjskih slojeva prizmi u određenim neizbježnim oštrim kutovima, uslijed čega se izrada mreže prekida. Ako uzmemo u obzir da se proces izrade mreže ponavljao više od 30 puta, te da rezultati ne bi bili uočljivo promjenjeni, odabran je preporučeni pristup korištenja 5 slojeva prizmi prvog omjera 5 i faktora rasta 20 % prema [11], čime je znatno olakšan i skraćen cijeli proces.

Mreža za simulaciju strujanja napravljena je metodama iznesenim u 3.2.1 i 3.2.2, te detalji postupka ovdje neće biti ponavljani. Prema metodi odabira srednje duljine površinskih elemenata vozila prema Slika 9., odabrani su elementi duljine 16 mm što je rezultiralo prosječnom vrijednošću  $y^+ \sim 150$ , te mreža sa oko 6,2 milijuna elemenata spada u klasu mreža srednje kvalitete. Prikaz površinske i prostorne mreže vozila vidljiv je na sljedećoj stranici. Tijekom numeričke simulacija adaptirana su područja sa maksimalnom vrijednošću  $y^+$ , što je prikazano Slika 25. i Slika 26.

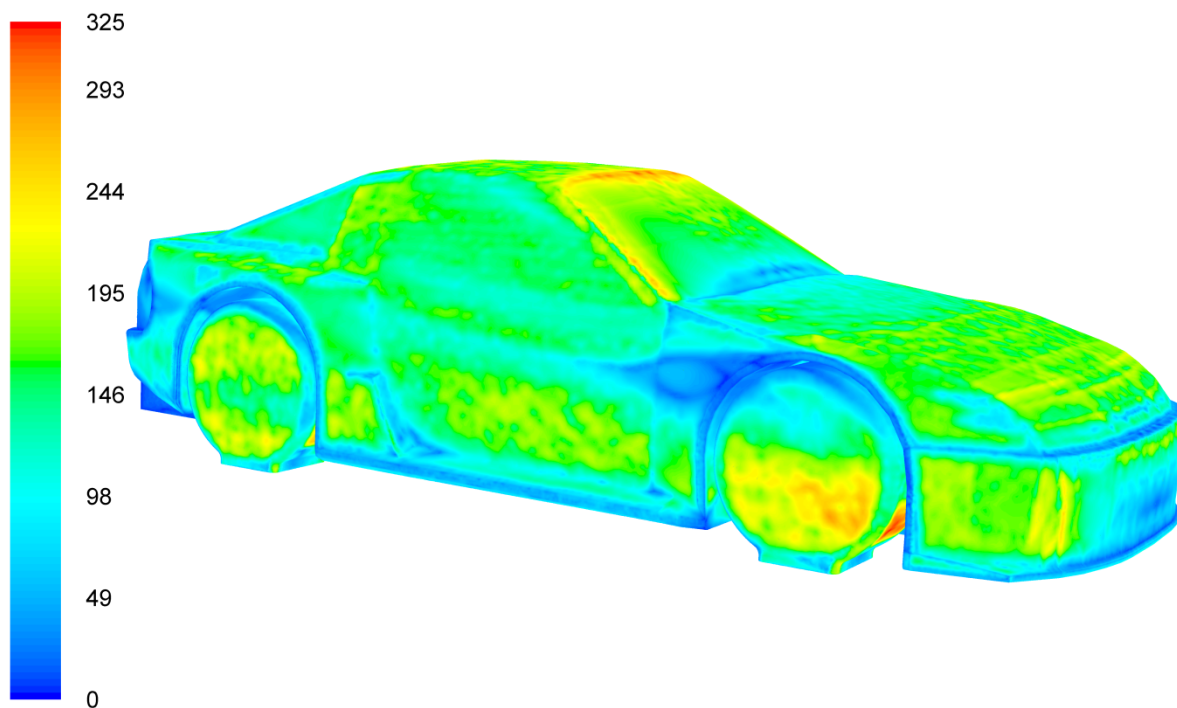
Vrijedi napomenuti da je u početnom pristupu problemu korištena potpuno nestrukturirana mreža koja se sastojala od prizmatских elemenata u graničnom sloju vozila i ceste, dok je ostatak prostora bio popunjen tetraedarskim elementima što je rezultiralo mrežama od 12 – 14 milijuna elemenata koje su imale slabiju razlučivost struktura strujanja u tragu vozila (i ostalim mjestima interesa) od hibridne hexacore mreže koja postiže kvalitetna rješenja sa svega ~6 milijuna elemenata. Navedeno se odražava na manju potrošnju resursa, uključujući radnu memoriju te vrijeme rješavanja.



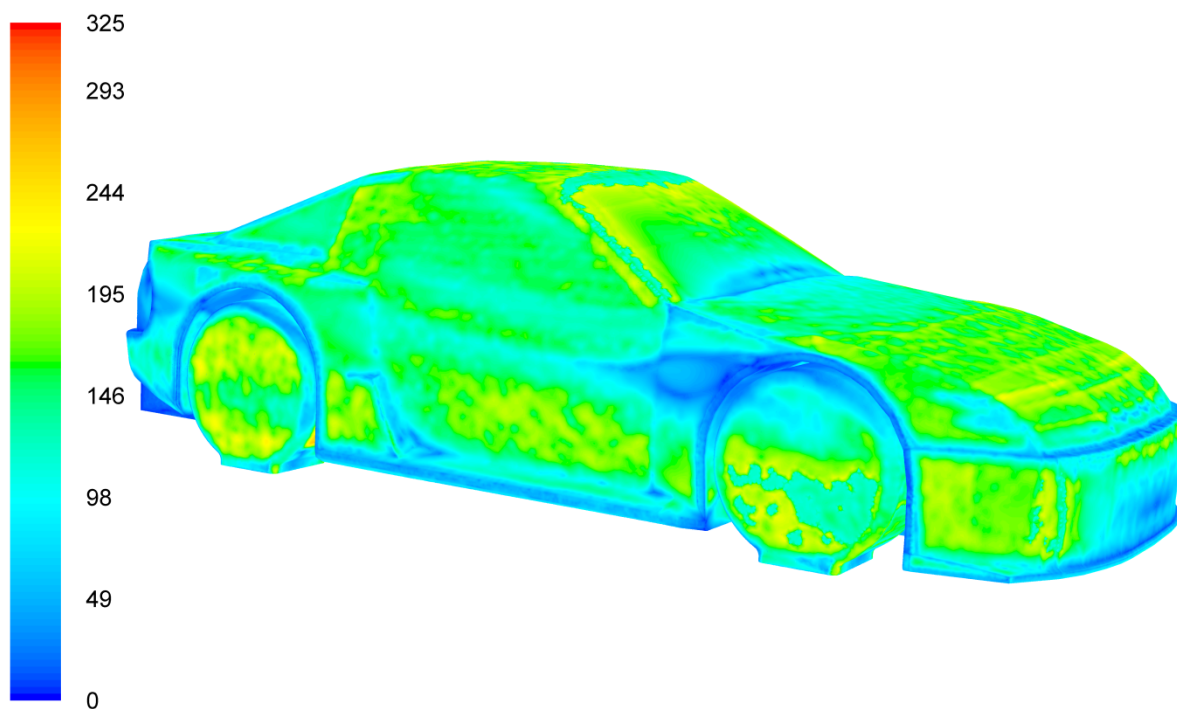
Slika 23. XRR model vozila diskretiziran s površinskom trokutnom mrežom



Slika 24. TGrid presjek prostorne hibridne hexacore mreže za XRR model vozila



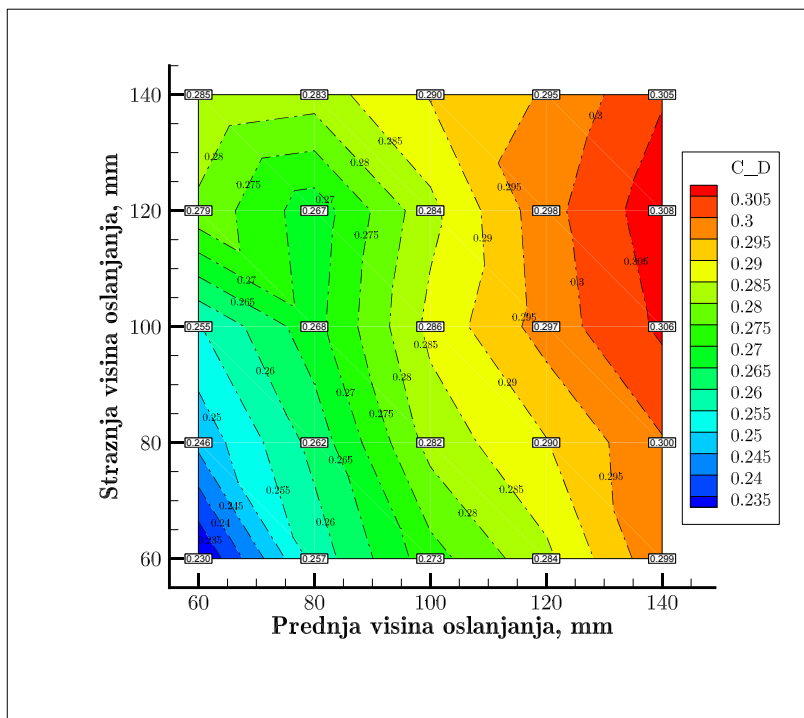
Slika 25. Raspodjela bezdimenzijske udaljenosti  $y^+$  težišta prvog elementa od površine XRR modela vozila prije adaptacije ( $y_{\max}^+ = 323$  )



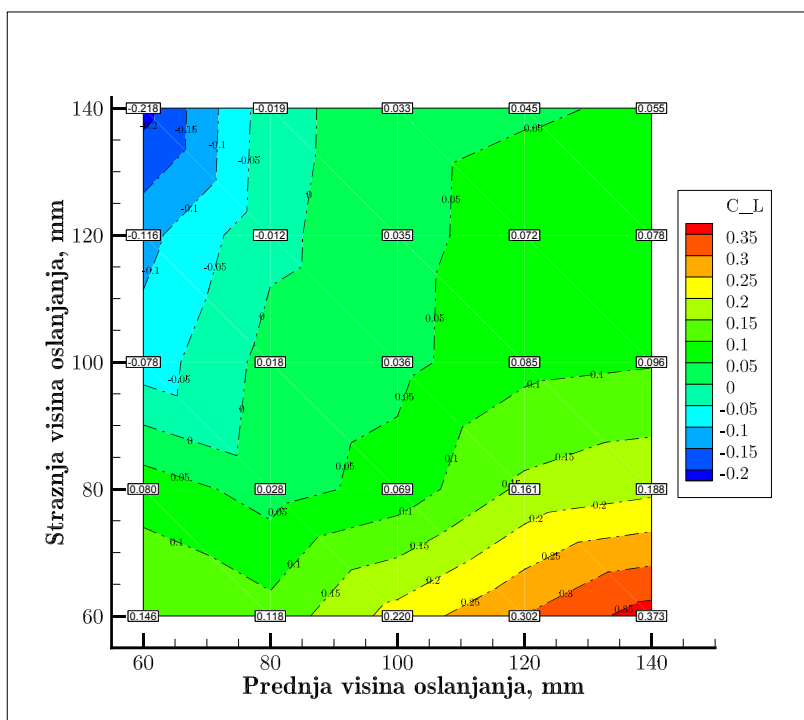
Slika 26. Raspodjela bezdimenzijske udaljenosti  $y^+$  težišta prvog elementa od površine XRR modela vozila poslije adaptacije u solveru ( $y_{\max}^+ = 225$  )

#### 4.4 Rezultati simulacije

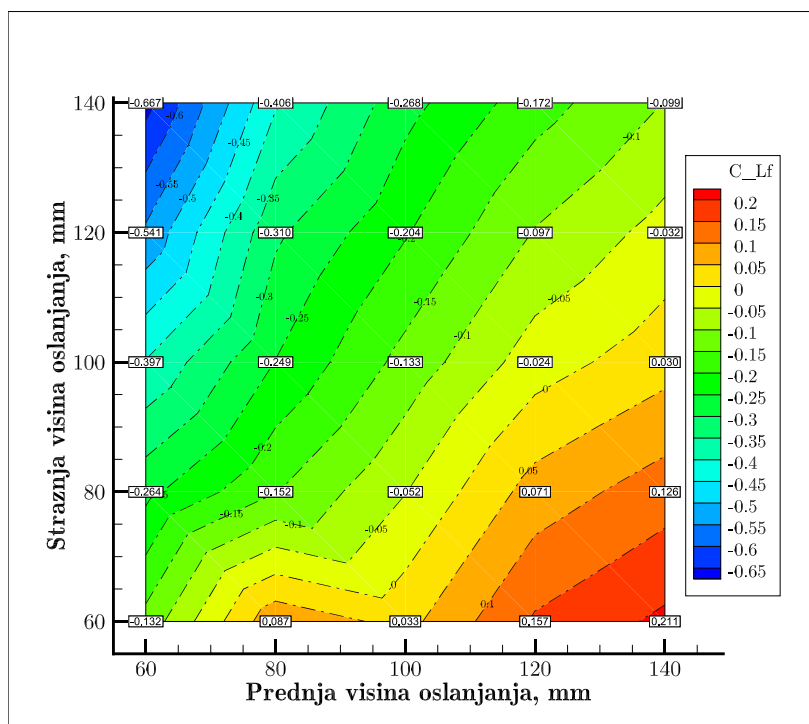
Sljedeći dijagrami prikazuju zavisnosti bezdimenzijskih koeficijenata otpora, uzgona te raspodjele koeficijenta uzgona na prednjoj osovini – iz čega je odmah poznata i raspodjela uzgona na stražnjoj osovini.



Slika 27. Bezdimenzijski koeficijent otpora u ovisnosti o visini oslanjanja vozila



Slika 28. Ukupni bezdimenzijski koeficijent uzgona u ovisnosti o visini oslanjanja vozila



Slika 29. Bezdimenzijski koeficijent uzgona na prednjoj osovinu vozila

Za izračun raspodjele koeficijenta uzgona na prednjoj, a ujedno i zadnjoj osovinu, korišten je već navedeni SAE princip prema [4], ali napravljena je i ručna provjera rezultata uz pomoć statike koja će biti iznesena u daljnjem tekstu.

ANSYS Fluent ima mogućnost ispisa izvješća o izračunatim silama u smjerovima zatraženih vektora. Ovo izvješće svodi se na integriranje sila nastalih uslijed tlaka i viskoznih efekata na zidove izabrane u izvješću. Također, Fluent ima mogućnost izračuna mjesta centra tlaka, koji je točka u kojoj djeluju sile otpora i uzgona. Na žalost, kao što mu ime kaže, u centru tlaka djeluju samo komponente sila nastalih uslijed raspodjele tlaka po stijenkama vozila – sile nastale uslijed trenja tj. viskoznosti nisu uzete u obzir pri izračunu mjesta centra tlaka. Zaključak je dobiven nakon što se oko točke centra tlaka pokuša izračunati moment, koji bi trebao biti nula pošto su sile konkurentne odnosno djeluju u jednu točku te nema dostupnog kraka koji bi stvarao moment. Moment izračunat u izvješću nije jednak nuli te sadrži samo udio viskoznih sila koje djeluju u nekoj drugoj, nepoznatoj točki.

Točnija metoda je korištenje principa statike te izračun raspodjele sile uzgona uz pomoć prijavljenog momenta oko ishodišta referentnog koordinatnog sustava tj. točke (0, 0, 0) koja se prema konvenciji nalazi na polovini osovinskog razmaka vozila te leži u ravnini ceste [4]. Ovom metodom u izvještaju obje ulazne varijable (sile uzgona i momenta) uzimaju se u obzir sile nastale uslijed tlaka i one nastale uslijed viskoznosti. Slika 30. prikazuje referentni sustav propisan od SAE u svrhu lakše usporedbe rezultata pri aerodinamičkom ispitivanju vozila raznih proizvođača u još brojnijim institucijama koje se ovakvim tipom istraživanja bave.



Tablica 3. Raspodjela sile otpora po dijelovima vozila za slučaj prednje/stražnje visine oslanjanja 60/80 mm

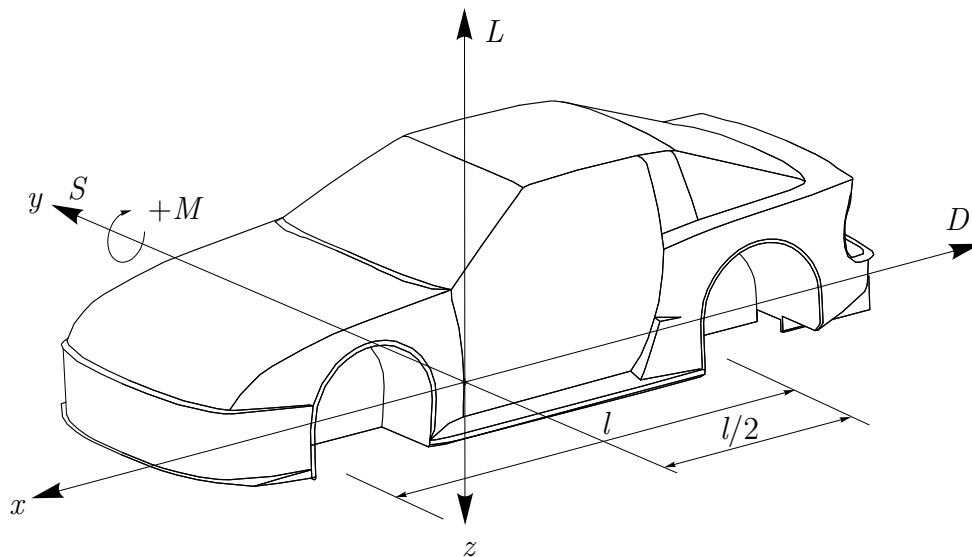
Forces - Direction Vector (0 0 1)			
Zone	Forces (n) Pressure	Viscous	Total
xrr/p00-fwheel	-11.897791	1.325996	-10.571795
xrr/p00-rwheel	5.4663811	1.4506907	6.9170718
xrr/p01-fbumper	151.77257	0.8342216	152.60679
xrr/p02-bmp2hood	-1.7350883	-0.0056735668	-1.7407619
xrr/p03-fhood	-53.408493	2.8183694	-50.590124
xrr/p04-fqpanel	-2.6585288	1.121871	-1.5366578
xrr/p05-fwhousing	47.855724	-0.32713801	47.528586
xrr/p05-fwhousing-mini	-0.11394285	0.083424047	-0.0305188
xrr/p06-fsplitter	2.0729127	0.12563074	2.1985434
xrr/p07-fwshield	-33.816124	1.7362369	-32.079887
xrr/p08-roof	5.9455895	2.0444374	7.990027
xrr/p09-door	-6.6896839	3.2732313	-3.4164526
xrr/p10-rwshield	20.454288	0.44514525	20.899434
xrr/p11-bpillar	2.6563716	0.32658023	2.9829518
xrr/p12-rswindow	13.483766	0.5029909	13.986757
xrr/p13-rhood	0.76753986	0.5937292	1.3612691
xrr/p14-rqpanel	11.51279	1.5371892	13.049979
xrr/p15-rwhousing	30.780987	-0.05699984	30.723987
xrr/p16-sideskirts	-0.44581982	0.75490856	0.30908874
xrr/p17-rbumper	11.441178	0.0071064378	11.448285
xrr/p18-rlights	23.335238	-0.013687689	23.32155
xrr/p19-rlghtseam	10.273356	0.02473088	10.298087
xrr/p20-underbody	-7.7083054	7.2531104	-0.45519495
xrr/p21-difsmall	2.2210345	0.00040445817	2.221439
xrr/p22-difvanes	-8.5604661e-06	-0.021219134	-0.021227695
Net	221.56594	25.835286	247.40123

Tablica 4. Raspodjela sile uzgona po dijelovima vozila za slučaj prednje/stražnje visine oslanjanja 60/80 mm

Forces - Direction Vector (0 1 0)			
Zone	Forces (n) Pressure	Viscous	Total
xrr/p00-fwheel	53.488907	2.0096858	55.498593
xrr/p00-rwheel	35.113045	1.0614436	36.174488
xrr/p01-fbumper	-2.060204	0.32657367	-1.7336304
xrr/p02-bmp2hood	6.1335659	-0.0066920826	6.1268738
xrr/p03-fhood	179.03891	0.78379571	179.82271
xrr/p04-fqpanel	64.149086	0.15988439	64.30897
xrr/p05-fwhousing	-125.49574	0.25079897	-125.24494
xrr/p05-fwhousing-mini	-0.16436777	0.031089084	-0.13327868
xrr/p06-fsplitter	-0.70212221	-0.0073763933	-0.7094986
xrr/p07-fwshield	63.282063	0.74548215	64.027545
xrr/p08-roof	330.00946	-0.022433862	329.98703
xrr/p09-door	120.88386	0.73081899	121.61468
xrr/p10-rwshield	52.560936	-0.16582602	52.39511
xrr/p11-bpillar	23.702856	0.067432508	23.770289
xrr/p12-rswindow	43.745373	0.071870379	43.817243
xrr/p13-rhood	21.208408	0.022445738	21.230854
xrr/p14-rqpanel	56.319126	0.1995319	56.518658
xrr/p15-rwhousing	-53.63414	0.40671352	-53.227426
xrr/p16-sideskirts	-3.1389318	-0.017963463	-3.1568952
xrr/p17-rbumper	-2.9650729	0.018300733	-2.9467721
xrr/p18-rlights	2.8924649	0.012253497	2.9047184
xrr/p19-rlghtseam	6.8926506	0.0057668793	6.8984175
xrr/p20-underbody	-798.93433	-0.18029159	-799.11462
xrr/p21-difsmall	2.4519663	-0.00044286047	2.4515234
xrr/p22-difvanes	-0.0009227203	-0.018483222	-0.019405942
Net	74.776852	6.4843779	81.26123

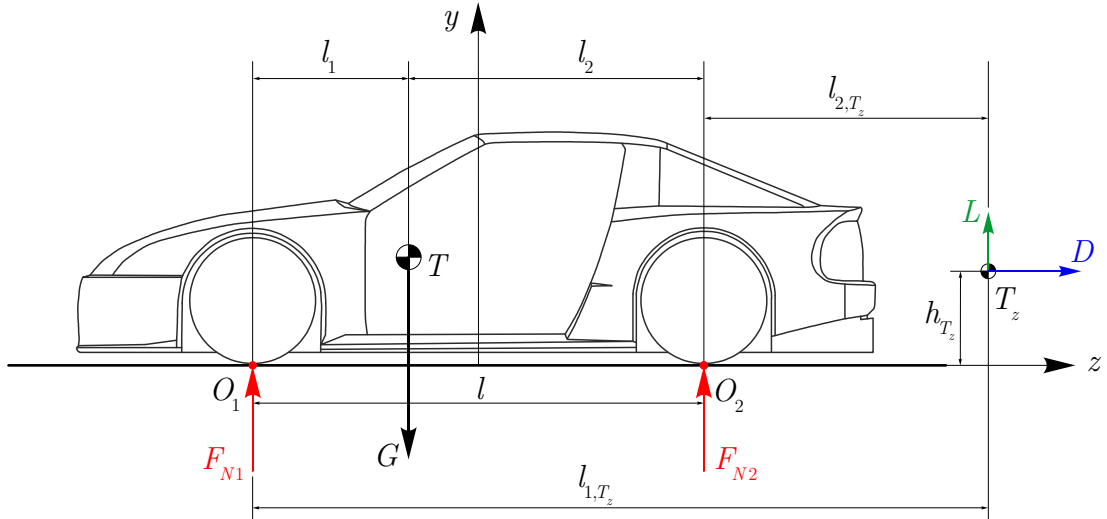
Tablica 5. Raspodjela momenta po dijelovima vozila za slučaj prednje/stražnje visine 60/80 mm

Moments - Moment Center (0 0 0) Moment Axis (1 0 0)			
Zone	Moments (n-m)		
	Pressure	Viscous	Total
xrr/p00-fwheel	60.129837	3.2484503	63.378287
xrr/p00-rwheel	-42.255459	-0.42293376	-42.678393
xrr/p01-fbumper	33.222527	0.93304139	34.155568
xrr/p02-bmp2hood	11.902506	-0.016580949	11.885925
xrr/p03-fhood	249.0378	3.4021335	252.43993
xrr/p04-fqpanel	73.545578	0.91013819	74.455716
xrr/p05-fwhousing	-146.52739	0.05554305	-146.47185
xrr/p05-fwhousing-mini	-0.15531452	0.066370204	-0.088944316
xrr/p06-fsplitter	-2.7766049	-0.017852256	-2.7944571
xrr/p07-fwshield	-53.779442	2.0938234	-51.685618
xrr/p08-roof	-145.46455	2.6147785	-142.84978
xrr/p09-door	-16.612574	2.2075419	-14.405032
xrr/p10-rwshield	-35.049202	0.70200896	-34.347193
xrr/p11-bpillar	-18.131834	0.28397754	-17.847856
xrr/p12-rswindow	-40.598217	0.41122612	-40.186991
xrr/p13-rhood	-28.189564	0.50120139	-27.688362
xrr/p14-rqpanel	-68.904724	0.78410661	-68.120618
xrr/p15-rwhousing	73.484932	-0.37427998	73.110652
xrr/p16-sideskirts	2.5862117	0.091404058	2.6776157
xrr/p17-rbumper	10.470197	-0.034579374	10.435617
xrr/p18-rlights	8.9582472	-0.033748146	8.924499
xrr/p19-rlghtseam	-7.0138359	0.0060882205	-7.0077477
xrr/p20-underbody	-677.34558	-0.18310794	-677.52869
xrr/p21-difsmall	-4.6508331	0.0010580169	-4.6497751
xrr/p22-difvanes	0.0017455406	0.028289691	0.030035231
Net	-764.11555	17.258099	-746.85745



Slika 30. SAE referentni sustav osi za aerodinamiku vozila za koji vrijede izrazi (4.2)

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \frac{L}{2} + \frac{M}{l}, & C_{L_1} &= \frac{C_L}{2} + C_M \\
 L_2 &= \frac{L}{2} - \frac{M}{l}, & C_{L_2} &= \frac{C_L}{2} - C_M
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$



Slika 31. Statička analiza utjecaja sila otpora i uzgona

$$\begin{aligned}
 l &= 2.453 \text{ m} & h_{T_z} &= 0,5005 \text{ m} & D &= 221,566 \text{ N} \\
 l_1 &= 1,19 \text{ m} & l_{1,T_z} &= 12,928 \text{ m} & L &= 74,777 \text{ N} \\
 l_2 &= 1,263 \text{ m} & l_{2,T_z} &= 10,475 \text{ m} & M &= -764,116 \text{ Nm} \\
 G &= 5884 \text{ N (za } m/2) & F_{N1,\text{stat.}} &= G \cdot \frac{l_2}{l} = 3029,547 \text{ N} & F_{N2,\text{stat.}} &= G \cdot \frac{l_1}{l} = 2854,443 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Zbog navedenog problema sa položajem centra tlaka, računamo sa crvenim vrijednostima iz Fluent izvješća. Postavljamo dvije momentne jednačbe oko točaka  $O_1$  i  $O_2$ .

$$\begin{aligned}
 \sum M_{O_2} &= 0 \\
 -F_{N1} \cdot l + G \cdot l_2 - D \cdot h_{T_z} + L \cdot l_{2,T_z} &= 0 \\
 F_{N1} &= \frac{1}{l} (G \cdot l_2 - D \cdot h_{T_z} + L \cdot l_{2,T_z}) = 3303,661 \text{ N} \\
 \sum M_{O_1} &= 0 \\
 F_{N2} \cdot l - G \cdot l_1 - D \cdot h_{T_z} + L \cdot l_{1,T_z} &= 0 \\
 F_{N2} &= \frac{1}{l} (G \cdot l_1 + D \cdot h_{T_z} - L \cdot l_{1,T_z}) = 2505,552 \text{ N}
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Ako od statičkih normalnih sila reakcije oduzmemo izračunate normalne sile reakcije, dobit ćemo točan iznos sile uzgona na svakoj od osovine tj. kontaktnih površina kotača. Novo dobivenu silu oduzimamo od statičke zbog konvencije da negativni uzgon (*downforce*) dodaje silu kotaču, dok je pozitivan uzgon (*lift*) oduzima.

$$\begin{aligned}
 L_1 &= F_{N1,\text{stat.}} - F_{N1} = -274,114 \text{ N} \\
 L_2 &= F_{N2,\text{stat.}} - F_{N2} = 348,891 \text{ N}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Iz rezultata je očito da je položaj centra tlaka itekako važan za raspodjelu sile uzgona.



Preostaje izračunati raspodjelu sile uzgona uz pomoć SAE metode, te potom uvrstiti stvarne vrijednosti sa viskoznim efektima (zeleno označene u izvještajima sila).

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{L}{2} + \frac{M}{l} = \frac{74,777}{2} + \frac{-764,116}{2,453} = -274,114 \text{ N} \\ L_2 &= \frac{L}{2} - \frac{M}{l} = \frac{74,777}{2} - \frac{-764,116}{2,453} = 348,891 \text{ N} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Iz izraza (4.5) očito je da SAE metoda funkcioniра, te ćemo sada u izraze uvrstiti vrijednosti sile i momenta koje uključuju viskozne efekte.

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{L}{2} + \frac{M}{l} = \frac{81,261}{2} + \frac{-746,857}{2,453} = -263,836 \text{ N} \\ L_2 &= \frac{L}{2} - \frac{M}{l} = \frac{81,261}{2} - \frac{-746,857}{2,453} = 345,098 \text{ N} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Utjecaj viskoznih sila nije znatan, ali pošto SAE metoda zahtjeva poznavanje samo sile uzgona i momenta oko ishodišta, te nije potrebno vaditi vrijednosti položaja centra tlaka  $T_z$ , metoda je korištena u pripremi preostalih podataka simulacije u svrhu formatiranja istih za dijagrame na Slikama 27. – 29.

## 5 Diskusija rezultata i zaključci

Sva cestovna vozila, po samoj definiciji, izložena su utjecaju *ground effect*-a što znači da će uvijek postojati interferencija sa strujanjem zraka u području podnice iz razloga male relativne udaljenosti iste od ceste.

Strujanje zraka ispod vozila ima velik utjecaj na ukupnu sliku strujanja oko vozila, te kao takvo i na performanse samog vozila. Treba naglasiti da strujanje ispod vozila može imati pozitivan ili negativan učinak na njegove dinamičke karakteristike, što primarno ovisi o dizajnu vozila.

Tipičan putnički automobil ima geometrijski vrlo grubo podvozje iz kojega strše razne komponente vozila poput ispušnog sustava, prijenosa snage, ovjesa, spremnika za benzin, dok praznine oko motora, mjenjačke kutije i kotača dodatno utječu na ovu "grubost" tj. neravnost. Ovakav tip podvozja ima vrlo širok granični sloj koji se proteže skroz do površine ceste, a straga na vozilu se spaja sa aerodinamičkim tragom koji u ovom slučaju također dodiruje tlo. Iako je u području ispod vozila statički tlak općenito niži od okolnog atmosferskog tlaka, željeni ishod je brže strujanje u ovom području što rezultira još nižim tlakom te manjim gubicima strujanja. U ovome slučaju postojala bi prilika za smanjivanjem, poništavanjem ili čak preusmjerenjem uobičajenog pozitivnog uzgona koji stvaraju putnička cestovna vozila.

Postoje tri glavna faktora koja treba uzeti u obzir pri razmatranju određenog vozila u svrhu optimizacije strujanja ispod podnice:

- udaljenost i položaj podnice od ceste tj. visina oslanjanja,
- "grubost" ili neravnost geometrije podnice,
- oblik podnice.

Kao što je već napomenuto, komparativna priroda ovog rada isključuje bilo kakvo modificiranje geometrije vozila u svrhu optimizacije aerodinamičkih performansi, te time otpadaju zadnja dva faktora. Prema tehničkim pravilima za ovakvu klasu natjecateljskih automobila podnica mora biti ravna između prednje i zadnje osovine vozila, te završava difuzorom. Međutim, treba naglasiti da čak i podnice vozila s "ravnom" podnicom nisu idealno ravne kao što je slučaj sa odabranim modelom vozila, te uvijek postoje određeni vijčani spojevi i profiliranost koja omogućuje montažu i demontažu ravne podnice u svrhu pristupa ostalim komponentama. Iako bi oblik podnice mogao biti optimiziran na način da se promijene dijelovi podnice ispred prednje osovine, te sam nagib i duljina difuzora iza stražnje osovine, već navedeni cilj usporedbe više modela onemogućava razmatranje ovog faktora. Preostaje razmatranje samo prvog navedenog faktora, što je ujedno i cilj ovoga rada.

Utjecaj pojedinog od ovih faktora povezan je s preostalima. Na primjer, ako automobil ima vrlo neravnu podnicu, jedna od metoda smanjivanja pozitivnog uzgona jest da se visina oslanjanja čak poveća. Obrnuto od toga, smanjivanje visine oslanjanja u svrhu smanjivanja visine težišta natjecateljskog automobila, što je jedno od osnovnih podešavanja vozila u svrhu poboljšanja dinamičkih karakteristika i adhezije, će povećati pozitivni uzgon ako automobil ima neravnu podnicu. Ovaj problem donekle se rješava blokiranjem pristupa zraku u područje ispod vozila, ali činjenica ostaje da neravne podnice nisu poželjne.

U stvari, prilično je jasno da se ravnom podnicom omogućava brži protok zraka kroz ovo područje, dok je isto tako jasno da se otpor zraka u tom području smanjuje ako on ne mora savladati sve prepreke koje dolaze sa neravnom podnicom.

Cilj je dakle, stvoriti polje niskog tlaka u području podnice vozile. Ovaj cilj postiže se primjenom jednog od osnovnih mehanizma mehanike fluida – venturijevom cijevi. Osnovne zakonitosti mehanike fluida nalažu da fluid koji struji kroz suženje u poprečnom presjeku cijevi mora ubrzati u području suženja da bi zadovoljio jednadžbu kontinuiteta, a u isto vrijeme mu se tlak mora sniziti da bi zadovoljio Bernoullijevu jednadžbu tj. zakon mehaničke energije. Zamislimo dakle, da u longitudinalnom (uzdužnom) smjeru osi vozila moramo geometriju izmijeniti na način da se ona približi obliku venturijeve cijevi, tj. površina ceste predstavlja jednu stranu venturijeve cijevi, dok podnica vozila predstavlja drugu. Na ovaj način ubrzavamo zrak u području podnice što rezultira sniženim tlakom. Pošto tlak u ovom području djeluje na izrazito veliku površinu, mala redukcija u iznosu tlaka može rezultirati osjetno velikom silom negativnog uzgona.

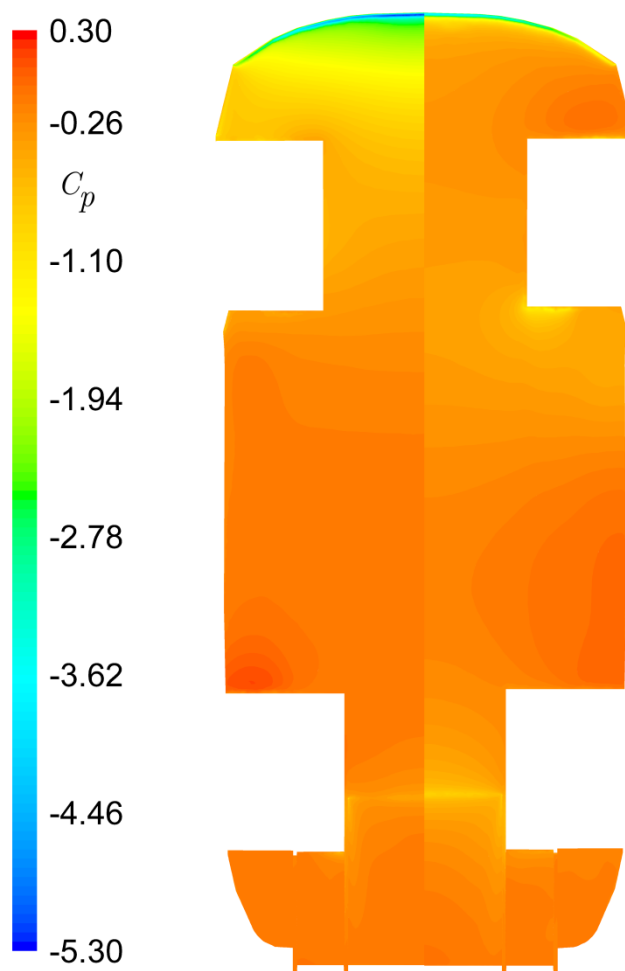
Nakon što je zrak na prednjem dijelu podnice ubrzan te smo postigli sniženje vrijednosti tlaka, potrebno je ovaj zrak ponovno usporiti na vrijednost okolne brzine i to na postupan, kontroliran način koji neće uzrokovati separaciju strujanja. Venturijeva cijev koristi difuzor za postizanje ovog cilja, te se ovaj efekt u podnici vozila postiže podizanjem stražnjeg dijela podnice. Unatoč popularnom uvjerenju da je uloga difuzora stvaranje negativnog uzgona tj. downforce-a, vidimo da je njegova uloga zapravo omogućavanje zraku da postupno uspori (i to povećanjem poprečnog presjeka) te povрати kinetičku energiju na što postupniji način.

Još jedna česta pogreška je premisa da "difuzor ekspandira zrak te time postiže sniženu vrijednost tlak", ali ovaj mehanizam bi zahtijevao promjenu u samoj gustoći zraka što difuzor koji radi na otvorenom, u uvjetima kakvi se pojavljuju na vozilu, ne može postići.

Kao što je vidljivo iz rezultata (Slika 27. – 29.), a i što je bilo za očekivati, postoji značajan pomak točke djelovanja uzgona prema naprijed sa podizanjem stražnje visine oslanjanja, i obrnuto, za podizanje prednje visine oslanjanja točka djelovanja uzgona pomiče se prema natrag. Kako se kut nagiba vozila povećavao, tako se povećavao i

negativni uzgon. Sila otpora poprimala je veće vrijednosti, ali puno manjom brzinom nego što je rastao negativni uzgon, te je ukupni omjer sile uzgona i otpora rastao.

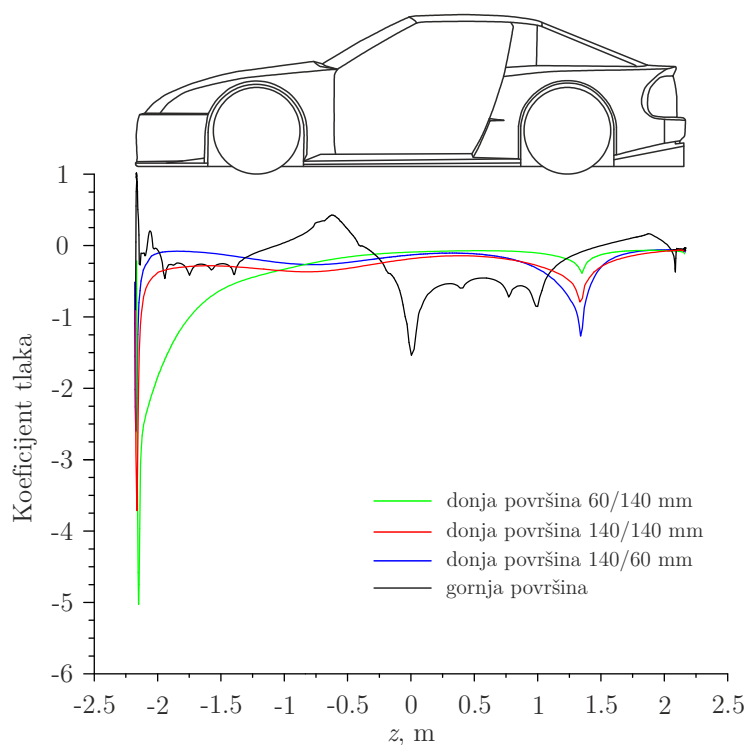
Rezultati su očekivani pošto je povećavanje kuta nagiba podnice analogno povećanju kuta difuzora u Venturijevoj cijevi, te sama podnica čini još jedan difuzor u odnosu na horizontalnu površinu ceste. Navedeno povećanje kuta nagiba podnice povećava brzinu strujanja na dijelu uskog grla koje se nalazi na prednjem dijelu podnice, te na istom mjestu statički tlak poprima najniže vrijednosti. Također, povećanjem kuta nagiba podnice, ovo usko grlo pomiče se sve više naprijed, te se samim time pomiče i distribucija negativnog uzgona više prema prednjoj osovini. Sljedeća slika prikazuje raspodjelu bezdimenzijskog koeficijenta tlaka na podnici vozila za njegov horizontalni položaj na visini oslanjanja od 140 mm, te slučaj kada je prednji kraj vozila oslonjen na visini 60 mm dok stražnji ostaje oslonjen na 140 mm.



Slika 32. Raspodjela koeficijenta tlaka na podnici vozila pri prednjoj/stražnjoj visini oslanjanja 60/140 (lijevo) i 140/140 (desno) mm

Raspodjela koeficijenta tlaka dana dijagramskim prikazom na Slika 33. daje jednak uvid u valjanost pretpostavki i rezultata numeričke analize kao i Slika 32. Površina iznad zelene krivulje, koja predstavlja raspodjelu koeficijenta tlaka u ravnini simetrije za visine

prednjeg/stražnjeg oslanjanja 60/140 mm, znatno je veća od one iznad crvene krivulje, za visine prednjeg/stražnjeg oslanjanja 140/140 mm, što ukazuje veću silu negativnog uzgona zbog sniženog tlaka u slučaju spuštenog prednjeg kraja vozila. Iz dijagrama je također vidljivo da je nakon prednje osovine, površina iznad crvene krivulje nešto veća, što ukazuje da se centar tlaka pomiče naprijed pri podizanju stražnjeg kraja automobila. Plava krivulja prikazuje slučaj s najmanjim negativnim uzgonom kada je prednja visina oslanjanja maksimalna, a stražnja minimalna.



Slika 33. Dijagram raspodjele koeficijenta tlaka u ravni simetrije vozila za različite visine oslanjanja

Treba uzeti u obzir da je simuliran model vozila bez zadnjeg krila, što već u početku značajno pomiče centar tlaka prema naprijed te rezultira u velikom sniženju negativnog uzgona na stražnjoj tj. pogonskoj osovini – na kojoj je on upravo potreban iz uvjeta sile adhezije između ceste i gume. Međutim, postavljanjem zadnjeg krila na vozilo raspodjela sile negativnog uzgona značajno se pomiče prema stražnjoj osovini, posebno ako se uzme u obzir da je krilo prema pravilima montirano na ovješenu masu i to na stražnji poklopac koji se nalazi skoro jedan metar iza stražnje osovine, te u tom slučaju pomak centra tlaka prema naprijed postaje poželjan u svrhu jednoličnije redistribucije sile uzgona između dvaju osovina. Iz ovog razloga se ovjes i visine oslanjanja većine natjecateljskih automobila postavljaju na način da podnica sa gornjom površinom ceste ima maksimalan nagib koji neće narušavati ostale dinamičke karakteristike vozila.

Generalno, za očekivati je značajno povećanje ukupnog negativnog uzgona, a i njegovu povoljniju raspodjelu, ako se visine oslanjanja podese na način da stražnja visina oslanjanja bude viša od prednje.

## 6 Literatura

- [1] C. Smith, *Tune to Win*. Fallbrook, California: Aero Publishers, Inc., 1975.
- [2] J. D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics*, 3rd ed., M. Lange, Ed. New York, SAD: McGraw-Hill Higher Education, 2001.
- [3] Z. Virag, I. Džijan, and M. Šavar, *Mehanika Fluida - Što valja zapamtiti*. Zagreb, Hrvatska: Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2010.
- [4] *Vehicle Aerodynamics Terminology*. Warrendale, SAD: Society of Automotive Engineers, 1976.
- [5] (2011, Nov.) CFD Online. [Online]. [http://www.cfd-online.com/Wiki/Two\\_equation\\_models](http://www.cfd-online.com/Wiki/Two_equation_models)
- [6] I. Džijan and Z. Virag, *Računalna dinamika fluida - predavanja*. Zagreb, Hrvatska: Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2010.
- [7] ANSYS, *ANSYS Fluent Theory Guide*. Canonsburg, SAD, 2011.
- [8] S. R. Ahmed, G. Ramm, and G. Faltn, "Some Salient Features Of The Time-Averaged Ground Vehicle Wake," *SAE Technical Paper Series*, no. 840300, pp. 2-31, Mar. 1984.
- [9] W.-H. Hucho, *Aerodynamics of Road Vehicles*. Hamburg: SAE Books International, 1998.
- [10] W. Meile, G. Brenn, A. Reppenhagen, B. Lechner, and A. Fuchs, "Experiments and numerical simulations on the aerodynamics of the Ahmed body," *CFD Letters*, vol. 3, no. 1, pp. 32-29, Mar. 2011.
- [11] M. Lanfrit, "Best practice guidelines for handling Automotive External Aerodynamics with Fluent," Fluent Deutschland GmbH White Paper, 2005.
- [12] (2012, Aug.) Wikipedia. [Online]. [http://en.wikipedia.org/wiki/Jakob\\_Ackeret](http://en.wikipedia.org/wiki/Jakob_Ackeret)